ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ПРИМОРСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ» ИНСТИТУТ ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВА И АГРОТЕХНОЛОГИЙ

ГЕОДЕЗИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для выполнения лабораторных работ по разделу «Элементы теории погрешностей измерений» *для студентов направления подготовки*

21.03.02 Землеустройство и кадастры

Уссурийск - 2021

УДК 528.915

Составитель: Пшеничная Н.Н., старший преподаватель кафедры землеустройства.

Методические указания для выполнения лабораторных работ по разделу «Элементы теории погрешностей измерений *для студентов направления подготовки* 21.03.02 Землеустройство и кадастры / Н.Н. Пшеничная. – ФГБОУ ВО ПГСХА. – Уссурийск, 2021. – 38 с.

Методические указания подготовлены в соответствии с учебной программой для студентов очного и заочного обучения направления подготовки 21.03.02 Землеустройство и кадастры

Рецензент: Савельева Е.В., доцент, кандидат технических наук

Издается по решению методического совета ФГБОУ ВО «Приморская государственная сельскохозяйственная академия»

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания для лабораторных работ по разделу «Элементы теории погрешностей измерений» по дисциплине «Геодезия» предназначены *для студентов направления подготовки* 21.03.02 Землеустройство и кадастры.

Цель методических указаний – на примерах решения типовых задач научиться правильно применять теорию погрешностей измерений в различных случаях обработки результатов геодезических измерений.

Рекомендации по обработке вычислений

Для выполнения лабораторных работ по разделу «Элементы теории погрешностей измерений» необходимо изучить соответствующие темы в учебнике. Следует обратить внимание на определения и формулы вычисления: погрешности, средних квадратических погрешностей, дисперсии, предельной погрешности, веса, средней квадратической погрешности единицы веса, среднего арифметического и среднего весового.

Лабораторные работы выполняются в соответствии с вариантами, выданными преподавателем. Для подготовки работы к защите необходимо проработать перечень вопросов, предназначенных для самопроверки.

ТЕОРИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

Практика выполнения измерений показывает, что как бы тщательно не производились измерения с применением самых точных инструментов, при многократном их повторении все численные значения измеряемых величин будут разные, отличные друг от друга, так как каждая измеренная величина содержит погрешности.

Неизбежные (случайные) погрешности измерений обычно малы и их накопление подчиняется определенным статистическим закономерностям, на основании которых можно установить наиболее вероятные значения измеряемых величин.

Величины погрешностей геодезических измерений и способы их подсчета определяются условиями, в которых производились измерения. Поэтому они характеризуют не только точность измерений, но и определяют условия, при которых могут быть получены результаты измерений с необходимой точностью. Вот почему при рассмотрении вопросов, связанных с определением необходимой точности геодезической и топографической основы при проведении землеустроительных работ, необходимо знать способы подсчета погрешностей измерений и определять условия их возникновения, при которых измерения могут быть выполнены с заданной точностью и с наименьшими затратами.

Основные задачи теории погрешностей сводятся к определению по результатам измерений их среднего (вероятного) значения, качества этих измерений (оценки точности) и оценки точности функций измеренных величин.

Учет погрешностей производится на основании теории погрешностей измерений.

Уменьшение влияния этих погрешностей на конечный результат достигается в процессе увязки или уравновешивания.

При вычислении средних квадратических погрешностей и весов измерений в промежуточных результатах следует удерживать две-три значащие цифры, причем в случае суммирования оставлять две значащие цифры в наибольшем по абсолютной величине слагаемом, остальные слагаемые вычислять с тем же числом десятичных знаков, которое будет иметь наибольшее слагаемое. Окончательные значения следует округлять до двух значащих цифр.

СПРАВОЧНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Округление приближенных чисел

1. если первая из отброшенных цифр меньше 5, то оставшиеся десятичные знаки сохраняются без изменений ($\boldsymbol{44,3 \approx 44}$);
2. если первая из отброшенных цифр больше 5, то к последней оставшейся цифре прибавляется единица ($\boldsymbol{44,6 \approx 45}$);
3. если первая из отброшенных цифр равна 5 и среди остальных отброшенных цифр имеются ненулевые, то последняя оставшаяся цифра увеличивается на единицу ($\boldsymbol{44,51 \approx 45}$);
4. если же первая из отброшенных цифр равна 5 и все остальные отброшенные цифры являются нулями, то

последняя оставшаяся цифра сохраняется неизменной, если она четная, и увеличивается на единицу, если она нечетная ($44{,}50 \approx 44$, а $45{,}5 \approx 46$).

Точность приближенных чисел

Точность приближенных чисел определяется числом значащих цифр.

Пример: число 28,3 имеет три значащих цифры. Число 0,00422 имеет тоже три значащих цифры. Число 1,06005 имеет шесть значащих цифр. Число 2500,0 имеет пять значащих цифр, так как оно верно до десятых долей единицы.

Если вместо числа 25643 взять число 26000, то говорят, что в округленном числе имеется две верные цифры; рекомендуемая запись этого числа — $26 \cdot 10^3$.

РАБОТА 1. Оценка точности результатов измерений по абсолютным погрешностям

Абсолютными погрешностями называют:

1. истинную погрешность: $\Delta = l - a$, где Δ — погрешность измерения, l — результат измерения, a — точное значение величины;

2. среднеквадратическую погрешность: $m = \sqrt{\frac{\Delta^2}{n}}$;

3. среднюю погрешность: $\theta = \frac{\Delta}{n}$;

4. предельную погрешность: $\Delta_{пред} = \tau \bullet m$,

при теоретических расчетах обычно принимают $\Delta_{пред} = 3m$, а для практических целей используют более жесткий допуск $\Delta_{пред} = 2m$;

5. вероятную погрешность: $r \approx \frac{2}{3} m$;

6. определить надежность вычислений средней

квадратической

погрешности: $m_{\sigma} = \frac{m}{\sqrt{2 \cdot n}}$.

Задача 1. Линия, истинное значение длины которой равно 125,43м, измерена 6 раз. Результаты измерений следующие: 125,56; 125,49; 125,39; 125,38; 125,44; 125,35м. Определить абсолютные погрешности одного измерения.

Решение выполняется в табличной форме.

Таблица 1- Оценка точности по абсолютным погрешностям

№ измерения	Результаты измерения, мм	абсолютные погрешности, Δ, см	Δ^2, см^2	Оценка точности
1	125,56	+13	169	$m = \sqrt{\frac{311}{6}} = 7,2$ см $\theta = \frac{37}{6} = 6,2$ см $\Delta_{пред} = 3 \times 7,2 = 21,6$ см $r \approx \frac{2}{3} 7,2 \approx 4,8$ см $m_m = \frac{7,2}{\sqrt{2\times6}} = 2,1$ см
2	125,49	+6	36	
3	125,39	-4	16	
4	125,38	-5	25	
5	125,44	+1	1	
6	125,35	-8	64	
	125,43-истинное значение		311	

Для выполнения индивидуальных заданий результаты измерений взять из таблицы 1, а истинные согласно своему варианту из таблицы 2.

Таблица 2 - **Варианты индивидуальных работ**

№ варианта	Истинное значение, м	№ варианта	Истинное значение, м	№ варианта	Истинное значение, м	№ варианта	Истинное значение, м

1	125,48	5	125,40	9	125,47	13	125,52
2	125,55	6	125,42	10	125,49	14	125,53
3	125,37	7	125,45	11	125,50	15	125,54
4	125,36	8	125,46	12	125,51	16	125,43

Задача 2. Радиодальномером РДГ и светодальномером измерены несколько линий полигонометрических ходов. Последние измерения приняты за истинные, что позволило вычислить погрешность радиодальномерных измерений. При этом получен ряд из 50 погрешностей. Найти совместное их влияние, среднюю квадратическую погрешность, произвести оценку надежности СКП, вычислить предельную, среднюю и вероятную погрешности, построить гистограмму эмперического распределения и кривую Гаусса.

Таблица 3 - Исходные данные

№№ измере-ний	Δ, см	№№ измере-ний	Δ, см	№№ измере-ний	Δ, см	№№ измере-ний	Δ, см	№№ измере-ний	Δ, см
1	+14	11	-1	21	+5	31	+8	41	-1
2	+3	12	+1	22	-2	32	+10	42	+2
3	-4	13	+6	23	+14	33	-10	43	+14
4	-4	14	+5	24	+11	34	-4	44	-6
5	+4	15	-13	25	+2	35	+10	45	-4
6	-10	16	+4	26	+6	36	+2	46	-8
7	-11	17	+3	27	-1	37	-10	47	+2
8	+6	18	+4	28	-12	38	-13	48	+2
9	-4	19	-1	29	-2	39	-2	49	+5
10	-3	20	+5	30	+4	40	-8	50	+10

Решение.

1. Совместное влияние погрешностей определяют как среднее арифметическое

$$\Delta = \frac{\sum_1^n \Delta_i}{n}$$

$$\bar{\Delta} = \frac{+28}{50} = +0,6 \text{ см}$$

2.СКП дисперсии находим по формуле

$$m = \sqrt{\frac{\sum \Delta_i^2 - \frac{(\sum \Delta_i)^2}{n}}{n - 1}}$$

$$m = \sqrt{\frac{2554 - \frac{28^2}{50}}{49}} = 7{,}2 \text{ см}$$

3.Оценку надежности СКП вычислить по формуле

$$m_m = \frac{m}{\sqrt{2(n-1)}}$$

$$m_m = \frac{7{,}2}{\sqrt{2(50-1)}} = 0{,}7 \text{ см}$$

4. Находим предельную погрешность, вероятную погрешность, среднюю погрешность:

$$\Delta_{\text{пред}} = 3 \times 7{,}2 = 21{,}6 \text{ см}$$

$$r \approx \frac{2}{3} 7{,}2 \approx 4{,}8 \text{ см}$$

$$\theta = \frac{296}{50} = 5{,}9 \text{ см}$$

5. Для построения эмпирической гистограммы проводят сортировку всех погрешностей по интервалам

Таблица 4 – Сортировка погрешностей по интервалам

Интервалы, см	Число погрешностей	
	положительных	отрицательных
0-2	6	7
2-4	6	6
4-6	7	7
6-8	1	2
8-10	3	3
10-12	1	2
12-14	3	2
общее число	27	23

По этим данным строят гистограмму, где основанием прямоугольника служит ширина интервала, а высотой –

число погрешностей попавших в данный интервал.

6. Для построения кривой Гаусса определяют максимальное значение ординаты, соответствующее абсциссе X = Δ:

$$y_{max} = \frac{0,4 \times l \times n}{m}$$

l – ширина интервала, в нашем случае 2см,

n – объем выборки, в данном случае 50.

$$y_{max} = \frac{0,4 \times 2 \times 50}{7} = 5,7 \text{ см}$$

Абсциссы точек кривой Гаусса для ее построения определяют по формуле:

$$x_i = \bar{\Delta} \pm k_i \times m \ .$$

Ординаты тех же точек кривой вычисляют по формуле:

$$y_i = z_i \times y_{\max} \ .$$

Значения Ki и Zi берут согласно таблице нормального распределения (таблица 5).

Таблица 5 – Значения коэффициентов Ki и Zi

Ki	Zi	Ki	Zi
0,	0,98	1,4	0,37
2	0,92	1,6	0,27
0,	0,83	1,8	0,19
4	0,72	2,0	0,13
0,	0,60	2,2	0,08
6	0,48	2,4	0,05
0,			

Результаты вычислений сводят в таблицу 6.

Таблица 6 – Расчет значений абсцисс и ординат

№ п/п	Ki	Zi	абсциссы		ординаты
			положительные	отрицательные	
1	0,2	0,98	2,04	-0,84	5,6
2	0,4	0,92	3,48	-2,28	5,3
3	0,	0,83	4,92	-3,73	4,8

	6				
4	0,8	0,72	6,36	-5,16	4,1
5	1,0	0,60	7,80	-6,60	3,5
6	1,2	0,48	9,24	-8,04	2,8
7	1,4	0,37	10,62	-9,78	2,1
8	1,6	0,27	12,12	-10,92	1,6
9	1,8	0,19	13,56	-12,36	1,1
10	2,0	0,13	15,00	-13,80	0,8

По данным таблиц 4 и 6 строят кривую Гаусса и гистограмму

(рис. 1).

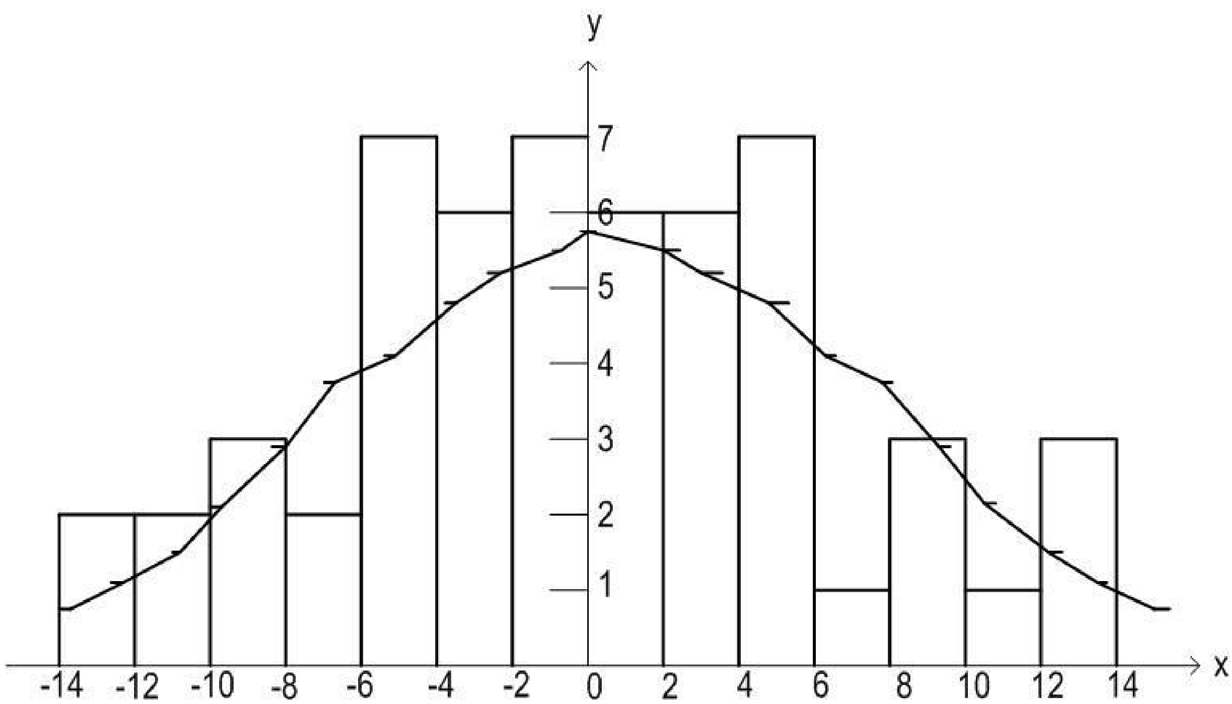

Рисунок 1 - Нормальное распределение погрешностей.

Для выполнения индивидуальных заданий произвести в таблице 3 замену значений в 1, 10, 15, 20, 30 и 40 измерениях.

Таблица 7 – Варианты индивидуальных заданий

№ варианта	Номера измерений					
	1	10	15	20	30	40
1	+13	-3	-12	+4	+3	-7
2	+11	-1	-13	+5	+4	-8
3	+12	-2	-14	+6	+5	-9
4	+10	-4	-11	+3	+3	-6
5	+15	-5	-10	+2	+4	-8
6	+9	-2	-14	+1	+3	-7
7	+8	-4	-11	+2	+2	-8
8	+13	-2	-13	+3	+1	-6

9	+9	-3	-12	+4	+2	-9
10	+14	-5	-10	+5	+3	-10
11	+11	-3	-9	+6	+5	-5
12	+12	-4	-11	+5	+4	-6
13	+11	-2	-12	+3	+1	-7
14	+10	-1	-11	+4	+2	-8
15	+14	-1	-10	+3	+3	-9

РАБОТА 2. Виды погрешностей

I. Систематические погрешности.

Систематические погрешности – это погрешности, которые в результаты измерений входят по математической зависимости.

В реальных условиях измерений одновременно действует ряд систематических погрешностей. Определить значение всех этих погрешностей практически невозможно, поэтому совместное их влияние определяют как среднее арифметическое

$$\Delta = \frac{\sum_1^n \Delta_i}{n}$$

После исключения систематической части остается случайная часть погрешности

$$\theta = \Delta_i - \bar{\Delta}.$$

Задача 3. В таблице 8 приведены истинные погрешности Δ_i многократного измерения длины отрезка. Требуется найти систематическую погрешность и исключить ее из приведенных в таблице значений.

Решение. Систематическую часть погрешности измерения отрезка находим, подсчитав суммы погрешностей по графам 2

$$\bar{\Delta} = \frac{-5-11-15}{24} = -1,3.$$

Используя полученное значение, исключаем систематическую часть и определяем случайную погрешность. Полученные данные выписываем в графу 3.

Таблица 8 – Определение систематической и случайной погрешностей

№ измерения	Δ_i	$\theta = \Delta_i - \bar{\Delta}$	θ²	№ змерения	Δ_i	$\theta = \Delta_i - \bar{\Delta}$	θ²	№ измерения	Δ_i	$\theta = \Delta_i - \bar{\Delta}$	θ²
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1	+2	+3,3	10,89	9	-3	-1,7	2,89	17	-6	-4,7	22,09
2	+1	+2,3	5,29	10	0	+1,3	1,69	18	+1	+2,3	5,29
3	-1	+0,3	0,09	11	+4	+5,3	28,09	19	-4	-2,7	7,29
4	-5	-3,7	13,69	12	-1	+0,3	0,09	20	+5	+6,3	39,69
5	-3	-1,7	2,89	13	-11	-9,7	94,09	21	-5	-3,7	13,69
6	+5	+6,3	39,69	14	-3	-1,7	2,89	22	+2	+3,3	10,89
7	0	+1,3	1,69	15	+3	+4,3	18,49	23	0	+1,3	1,69
8	-4	-2,7	7,29	16	0	+1,3	1,69	24	-8	-6,7	44,89
$\sum$	-5	+5,4	81,52	$\sum$	-11	-0,6	149,92	$\sum$	-15	-4,6	145,52

II. Свойства случайных погрешностей.

При большом числе измерений достаточно отчетливо проявляются свойства случайных погрешностей.

Предварительно произведем оценку точности измерений:

$$m = \sqrt{\frac{\sum\theta_i^2}{n-1}}.$$

Свойства случайных погрешностей:

1. Случайные погрешности по абсолютной величине не превосходят определенного предела. В качестве предельного значения принимаем утроенную среднюю квадратическую погрешность, тогда

2. Положительные

$\theta_{max} \le 3m$. $| |$ и отрицательные погрешности равновозможны, т.е. число положительных θ_+ и число отрицательных погрешностей θ_- в исследуемом ряду должно быть примерно равны

$$\theta_+ \approx \theta_- .$$

3. Малые по абсолютной величине погрешности встречаются чаще, чем большие. Для проверки этого свойства погрешности по модулю разбивают на интервалы от 0 до m, от m до $2m$, от $2m$ до $3m$ и подсчитывают числа n_0^m, n_m^{2m}, n_{2m}^{3m} погрешностей в каждом интервале.

Если погрешность по величине точно попадает на границу между интервалами, то в каждый из этих интервалов относят по 0,5. О соблюдении свойства свидетельствует выполнение неравенства

$$n_0^m \succ n_m^{2m} \succ n_{2m}^{3m} .$$

4. Предел среднего арифметического из случайных погрешностей стремится к нулю при неограниченном возрастании числа погрешностей

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sum_1^n \theta_i}{n} \to 0 .$$

Для проверки этого свойства исследуемый ряд разбивают на интервалы с одинаковым числом погрешностей k и вычисляют средние:

$$\theta_0^k = \frac{\sum_1^k \theta_i}{k};\ \theta_0^{2k} = \frac{\sum_1^{2k} \theta_i}{2k};\ \dots;\ \theta_0^n = \frac{\sum_1^n \theta_i}{n}.$$

О соблюдении четвертого свойства судят по выполнению неравенства

$$\left|\theta_0^k\right| \succ \left|\theta_0^{2k}\right| \succ \dots \left|\theta_0^n\right| .$$

Задача 4. По значениям θ_i из табл.8 оценить точность измерений и

проверить свойства случайных погрешностей (по своему варианту).

Решение. Для оценки точности находим среднюю

квадратическую погрешность

$$m = \sqrt{\frac{81,52 + 149,92 + 145,52}{24 - 1}} = 3,88 \approx 3,9 см.$$

Производим проверку свойств случайных погрешностей.

1. Так как $|\theta_{max}| = 9,7$, а $3m$ = 3×3,9 = 11,7 и 9,7 < 11,7, то первое свойство в данном ряду соблюдается.

2. Так как $\theta_+ = 14$, $\theta_- = 10$ и $\theta_+ \approx \theta_-$, то втрое свойство можно считать выполненным.

3. Подсчитаем число погрешностей в интервале от 0 до 3,9см – равно $n_0^m = 17$, от 3,9 до 7,8см – равно $n_m^{2m} = 6$ и от 7,8 до 11,7см равно $n_{2m}^{3m} = 1$. Так как $17 \succ 6 \succ 1$, то третье свойство в данном ряду соблюдается.

4. Разобьем весь ряд на интервалы от 1-го до 8-го, от 1-го до 16- го и от 1-го до 24-го измерения. Находим средние арифметические погрешности в интервалах:

$$\theta_0^8 = \frac{+5,4}{8} = +0,68;\ \theta_0^{16} = \frac{+5,4 - 0,6}{16} = +0,30;\ \theta_0^{24} = \frac{+5,4 - 0,6 - 4,6}{24} = +0,01.$$

Так как $|+0,68| \succ |+0,30| \succ |+0,01|$, то свойство четвертое в данном ряду соблюдается.

Для выполнения индивидуальных заданий произвести в таблице 8 замену значений погрешностей 7, 8, 15, 16, 23 и 24 (таблица 9).

Таблица 9 - Варианты индивидуальных заданий

№ варианта	Номер измерения					
	7	8	15	16	23	24
1	2	3	4	5	6	7
1	+1	-5	+2	-1	+2	-6
2	0	-5	+1	+4	+2	-5
3	-3	-5	+1	+3	-2	-2
4	-3	-1	+2	+4	-3	-6
5	-4	-4	-1	+4	+2	-6

Продолжение таблицы 9

1	2	3	4	5	6	7
6	+1	-4	+2	+1	0	-7
7	+1	-8	+1	+2	-3	-1
8	-7	+1	0	+4	-3	-2
9	0	-4	0	+2	-3	-6
10	+3	+1	-1	+5	-5	-4
11	+4	+1	0	+2	-4	-5
12	-3	0	+4	0	-1	-7
13	-2	-1	+3	+2	-3	-5
14	-1	-3	+4	0	-8	0
15	-4	0	+2	+2	-9	+1

РАБОТА 3. Равноточные измерения.

I. Математическая обработка ряда равноточных измерений.

Сущность задачи обработки ряда равноточных измерений одной величины заключается в следующем:

а) определении наиболее надежного значения измеряемой величины;

б) оценке точности результатов измерений.

Обработку ряда равноточных измерений производят в следующей последовательности.

1. Определяют наиболее надежное значение измеренной величины. Для этого вычисляют среднее арифметическое из результатов равноточных измерений.

$$\bar{x} = x_0 + \frac{[\varepsilon]}{n},$$

где x_0 - минимальное значение измеренной величины;

$\varepsilon_i = x_i - x_0$ - остатки.

2. Вычисляют поправки υ: υ_i

$= x - x_i$.

$-$

3. Выполняют контроль:

$$[\upsilon] = 0 .$$

Если при делении $[\varepsilon]/n$ была допущена погрешность в округлении,

равная $\omega = x_{прин} - x_{точн}$, то $[\upsilon] = n \times \omega$.

4. Находят $[\upsilon^2]$, $[\varepsilon^2]$ и $[\varepsilon]^2/n$.

5. Контролируют вычисление $[\upsilon^2]$ по формуле

$$[\upsilon^2] = [\varepsilon^2] - \frac{[\varepsilon]^2}{n} .$$

Расхождение между $[\upsilon^2]$ в п.4 и вычисленным значением определенным в п.5 не должно быть более 2-3 %.

6. Вычисляют среднюю квадратическую погрешность одного измерения

$$m = \sqrt{\frac{[\upsilon^2]}{n-1}} ,$$

характеризуемующуюся средней квадратической погрешностью

$$m_m = \frac{m}{\sqrt{2(n-1)}} .$$

7. Вычисляют среднюю квадратическую погрешность арифметической середины

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}},$$

характеризующуюся средней квадратической погрешностью

$$m_M = \frac{M}{\sqrt{2n}}.$$

8.Записывают окончательный результат измерений

$$X = \bar{x} \pm M\,(m_M = \cdots)$$

Задача 5. Определить вероятнейшее значение угла, измеренного шестью приемами, и его среднюю квадратическую погрешность.

Решение. Обработку равноточных измерений производим в таблице.

Таблица 10 – Обработка равноточных измерений

№ по порядку	Результаты измерений	ε_i''	$(\varepsilon_i'')^2$	υ_i''	$(\upsilon_i'')^2$
1 2 3 4 5 6	35° 12′ 56″ 55 59 13 02 13 00 12 59	+1 0 +4 +7 +5 +4	1 0 16 49 25 16	+3 +4 0 -3 -1 0	9 16 0 9 1 0
α_{min} $\bar{\alpha}$	35 12 55 35 12 59	+21	107	+3	35

1. $\bar{x} = 35°12' 55'' + \frac{+21}{6} = 35°12' 58{,}5'' \approx 35°12' 59''$

2. $[u] = 0$ $\omega = 59 - 58{,}5 = 0{,}5''$ $\omega n = 0{,}5'' \times 6 = +3''$

5. $[u^2] = 107 - \frac{21^2}{6} = 34''$ $33{,}5'' \approx 35''$ расхождение равно 3%

6. $m = \sqrt{\frac{35}{6-1}} = 2{,}6''$ и $m_{\bar{x}} = \frac{2{,}6}{\sqrt{2\times5}} = 0{,}8''$

7. $M = \frac{2,6}{\sqrt{6}} = 1,1''$ и $m_M = \frac{1,1}{\sqrt{2\times 6}} = 0,3''$

8. Окончательный результат измерений:

$$X = 35°12'\,59'' \pm 1,1''\ (m_M = 0,3'')$$

Таблица 11 - Варианты индивидуальных заданий

Номера приемов	Результаты измерений			
	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
1	54º12′30″	73º43′25″	41º17′37″	39º26′52″
2	24	17	41	51
3	38	14	49	50
4	29	20	40	59
5	36	15	39	48
6	31	16	46	49
	5 вариант	6 вариант	7 вариант	8 вариант
1	83º24′03″	112º45′15″	91º36′28″	72º46′35″
2	12	12	20	29
3	08	19	27	39
4	09	22	30	37
5	05	20	21	30
6	10	19	24	32
	9 вариант	10 вариант	11 вариант	12 вариант
1	96º15′12″	46º47′26″	39º56′39″	51º26′43″
2	18	29	36	52
3	19	23	31	46
4	17	28	34	48
5	10	27	37	50
6	20	24	32	49
	13 вариант	14 вариант	15 вариант	16 вариант
1	29º31′14″	90º25′31″	86º23′44″	62º39′03″
2	13	23	51	09
3	12	28	53	11
4	24	24	50	02
5	21	30	47	01
6	20	29	49	04

II. *Оценка точности по разностям двойных равноточных измерений.*

С целью контроля и повышения точности определения каждую величину измеряют независимо несколько раз. Обычно ограничиваются двумя независимыми измерениями и такие измерения называют двойными.

Чтобы надежно оценить точность измеряемой величины при двойных измерениях из каждой пары полученных результатов берут среднее, а оценку точности проводят, пользуясь всеми разностями

двойных измерений однородных величин в следующей последовательности.

1. Вычисляем разности по каждой паре

$$d_n = x'_n - x''_n ,$$

где x'_n - первые измерения, x''_n - вторые измерения.

2. Проверяем разности на наличие постоянной систематической ошибки. На ее отсутствие указывает соблюдение неравенства

$$|[d]| \le \frac{2,5\,[|d|]}{\sqrt{n}}$$

3. При отсутствии систематической ошибки среднюю квадратическую погрешность разности находят по формуле

$$m_d = \sqrt{\frac{[d^2]}{n}} .$$

Средняя квадратическая погрешность одного измерения

$$m_{x_i} = \frac{m_d}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{[d^2]}{2n}} .$$

Поскольку наиболее надежное значение $\bar{x}_i$ величин x_i находят как среднее арифметическое

$$\bar{x}_i = \frac{x'_i + x''_i}{2},$$

а $m_{x'_i} = m_{x''_i} = m_{x_i}$, то оценку точности найдем по формуле

$$m_{\bar{x}_i} = \frac{m_{x_i}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{[d^2]}{n}}$$

4. Если разности содержат систематические погрешности, то оценку точности производят в следующем порядке.

Используем свойство компенсации случайных погрешностей: величину систематической погрешности в разностях двойных измерений (при достаточно большом числе разностей) определяем как
среднее арифметическое

$$\delta = \frac{[d]}{n} .$$

Если значение $\bar{\Delta}$ близко к нулю, то систематическая погрешность считается несущественной и оценка точности производится по вышеприведенным формулам Гаусса.

В противном случае находим величины d_i', свободные от влияния систематических погрешностей

$$d_i' = d_i - \delta .$$

По свойству отклонений d_i' от среднего арифметического

$$[d'] = 0$$

или $$[d'] = n \times \omega ,$$

где $\omega = \delta_{окр} - \delta_{точн}$.

Оценка разности d_i' производим по формуле Бесселя

$$m_d = \sqrt{\frac{[d'^2]}{n-1}} .$$

Средняя квадратическая погрешность m_{x_i} одного измерения

$$m_{x_i} = \frac{m_d}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{[d'^2]}{2(n-1)}} .$$

Средняя квадратическая погрешность арифметической середины

$$m_{\bar{x}_i} = \frac{m_{x_i}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{[d'^2]}{n-1}}.$$

Задача 6. В таблице 12 даны результаты нивелирования (превышения в м) между точками при двух положениях нивелира. Вычислить средние квадратические ошибки одного измерения и среднего из двойных измерений.

Решение. Прежде всего, проверяем разности на наличие постоянной систематической ошибки: $20 \geq \frac{2,5 \times 24}{10\sqrt{}} \approx 19,0$.

В данных измерениях присутствует систематическая ошибка:

$$\delta = \frac{+20}{10} = +2{,}0 \text{ мм}$$

Находим d_i', свободные от влияния систематических величины погрешностей

$d_i' = d_i - \delta$, (табл.12).

Таблица 12 - Вычисление средней квадратической ошибки

№№ превы-шений	1-е положение x_i, м	2-е положение x_i', м	d, мм	d′ = d – δ, мм²	d′², мм²
1	+1,273	+1,270	+3	+1	1
2	+0,987	+0,988	-1	-3	9
3	+1,069	+1,065	+4	+3	4
4	+0,542	+0,542	0	-2	4
5	+0,768	+0,766	+2	0	0
6	+0,895	+0,891	+4	+2	4
7	+1,166	+1,167	-1	-3	9
8	+1,304	+1,302	+2	0	0
9	+1,198	+1,194	+4	+2	4
10	+0,484	+0,481	+3	+1	1

	$\sum d = +20$ $\sum [\lvert d \rvert] = 24$	$\sum d' = +0$	36

Средняя квадратическая ошибка превышения при одном положении нивелира

$$m_{x_i} = \sqrt{\frac{36}{18}} = 1{,}4 \text{ мм}.$$

Средняя квадратическая ошибка превышения, полученная как среднее из результатов нивелирования при двух положениях прибора по формуле

$$m_{\bar{x}_i} = \frac{1,41}{\sqrt{2}} = 1,0 \text{ мм}$$

Для самостоятельного решения.

В таблице 13 даны первые смещения штрихов оптического теодолита. Из таблицы 14 взять, согласно своему варианту, результаты второго смещения.

Вычислить среднюю квадратическую ошибку совмещения штрихов и среднюю квадратическую ошибку полученных средних значений по результатам двойных наведений штрихов оптического теодолита.

Таблица 13 – Исходные данные (первые смещения)

№ п/п	Первое совмещение
1	0°17′23,4″
2	30 08 14,6
3	60 33 49,5
4	90 44 03,7
5	120 56 20,9
6	150 29 53,2
7	180 42 18,8
8	210 16 24,0
9	240 25 41,3
10	270 37 33,4
11	300 09 21,6
12	330 51 54,0

Таблица 14 – Исходные данные (вторые смещения)

№ п/п	варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	результаты второго совмещения									
1	21,1″	21,5″	21,7″	21,6″	21,9″	22,1″	22,3″	22,5″	21,8″	22,2″
2	13,1	13,2	13,1	12,7	12,8	13,0	13,2	13,4	12,6	13,1
3	50,6	50,5	50,7	50,7	50,6	50,5	50,3	50,5	50,8	50,2
4	05,4	05,7	05,5	05,5	05,6	05,8	05,7	05,9	06,0	05,6
5	21,9	21,6	21,9	22,1	22,2	22,4	22,3	22,5	22,6	22,2
6	51,5	51,8	51,8	51,5	51,6	51,8	51,7	51,9	52,0	51,6
7	18,2	18,5	18,6	18,3	18,4	18,7	18,6	18,8	18,9	18,4
8	25,6	25,9	26,0	25,7	25,7	26,1	26,0	26,2	26,3	25,8
9	40,3	40,1	40,2	39,9	40,0	40,1	40,2	40,4	40,5	39,8
10	32,3	32,3	32,4	32,4	32,5	32,6	32,7	32,5	32,4	32,3
11	22,8	22,8	22,7	22,9	23,0	22,5	22,4	20,9	20,0	22,7
12	55,9	56,0	55,4	55,8	54,2	53,6	52,8	52,7	54,3	54,7

РАБОТА 4. Неравноточные измерения.

I. Математическая обработка ряда неравноточных измерений.

При вычислении наиболее надежного значения многократно и неравноточно измеренной величины и для оценки точности ее определения рекомендуется такая последовательность.

1. Определяют веса измерений

$$p = \frac{k}{n_i} (i = 1,2, \dots , n).$$

2. Находят минимальное значение величины l_0 и вычисляют разности $\varepsilon_i = l_i - l_0$.

3. Вычисляют $p_i \bullet \varepsilon_i$ и $[p_i \bullet \varepsilon_i]$.

4. Вычисляют наиболее надежное значение измеряемой величины

$$L_B = l + \frac{[p_i \bullet \varepsilon_i]}{[p_i]}.$$

и погрешность округления $\omega = l_{прин} - l_{точн}$.

5. Вычисляют $u_i = L_B - l_i$ и произведение $p_i \bullet u_i$.

8. Вычисляют $[p_i \bullet u]$ и выполняют контроль: $[p_i \bullet u] = 0$.

Если при делении $\frac{[pi \bullet \varepsilon i]}{[p_i]}$ была допущена погрешность в округ то $[p_i \bullet u] = \omega[p_i]$.

7. Вычисляют $[p \bullet \varepsilon^2]$ и $[p \bullet u^2]$.

8. Выполняют контроль по формуле $[p \bullet u^2] \approx [p \bullet \varepsilon^2] - \frac{[p_i \bullet \varepsilon_i]^2}{[p_i]}$.

Расхождение между вычисленным значением $[p \bullet u^2]$ в п. 7 и определенным по контрольной формуле (п. 8) не должно быть более 2—3%.

9. Вычисляют погрешность единицы веса

$$\mu = \sqrt{\frac{[p\,u^2]}{n-1}} \quad \text{и} \quad m_\mu = \frac{\mu}{\sqrt{2(n-1)}}.$$

10. Вычисляют среднюю квадратическую погрешность общей арифметической средины

$$M = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}} \quad \text{и} \quad m_M = \frac{m_\mu}{\sqrt{[p]}}.$$

11. Записывают окончательный результат

$$l = L_B \pm M \ (m_M = \dots).$$

Задача 7. Отметка узловой точки получена из четырех нивелирных ходов. Вычислить вероятнейшее значение высоты узловой точки, среднюю квадратическую ошибку единицы веса, среднюю квадратическую ошибку арифметической середины.

Решение. Обработку результатов неравноточных измерений проводим в таблице 15.

Таблица 15 – Обработка результатов неравноточных измерений

№№ ходов	Значения высоты узловой точки, м	Число станций, n	$p = k/n$	ε, мм	pε, мм	pε², мм²	υ, мм	pυ, мм	pυ², мм²
1	547,271	49	0,20	31	6,2	192,2	-4	-0,8	3,2
2	547,248	73	0,14	8	1,12	8,96	+19	+2,66	50,54
3	547,240	60	0,17	0	0	0	+27	+4,59	123,93
4	547,285	27	0,37	45	16,65	749,25	-18	-6,66	119,88
			0,88	84	23,97	950,41		-0,21	297,55

1. Находим веса по формуле

$p_i = \frac{k}{n_i}$, где k = 10, а n – число станций в ходе.

2. Минимальное значение – 547,240м.

Для удобства остатки считаем только для мм:

$\varepsilon_1 = 271 - 240 = 31 мм$ и т.д.

3. Находим $p_i \varepsilon_i$ и $[p\varepsilon]$.

4. Вычисляем наиболее надежное значение измеряемой величины

$$L_B = 240 + \frac{23,97}{0,88} = 240 + 27,239 = 267,239 \approx 267 \text{ мм}$$

и погрешность округления

$\omega = 267 - 267,239 = -0,239$

5. Находим $\upsilon_i = L_B - l_i$:

$\upsilon_1 = 267 - 271 = -4 мм$

и произведение $p_i \upsilon_i$

6. Вычисляем $[p\upsilon]$.

Контроль: $[p\upsilon] \approx \omega [p]$

-0,21 ≈ -0,239x0,88

-0,21 = -0,21

7. Находим $[p\varepsilon^2]$ и $[p\upsilon^2]$

8. Производим контроль по формуле

$$[p\upsilon^2] \approx [p\varepsilon^2] - \frac{[p\varepsilon]^2}{[p]}$$

$$950,\; 41- \quad \frac{23,97^2}{0,88} = 297,5 \text{ мм}$$

297,55 мм ≈ 297,5 мм

Расхождение между вычисленным значением $\left[p\upsilon^2\right]$ в п. 7 и определенным по контрольной формуле (п. 8) не превышает 2—3%.

9. Вычисляем погрешность единицы веса

$\mu = \sqrt{\frac{297,55}{3}} = 9,9$ *мм* и $m_\mu = \frac{9,9}{\sqrt{6}} = 4,0$ мм

10. Находим среднюю квадратическую погрешность общей арифметической средины

$M = \frac{9,9}{\sqrt{0,88}} = 10,6$ мм и $m_M = \frac{4,0}{\sqrt{0,88}} = 4,3$ мм

11. Записываем окончательный результат

$l = 547,267 \pm 0,0106\left(m_M = 4,3\right)$ м

Таблица 16 - Варианты индивидуальных заданий.

№ ходов	Н, м	Число станций	Н, м	Число станций	Н, м	Число станций
	Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3	
1	479,095	32	284,819	40	516,020	82
2	047	65	856	72	032	96
3	040	51	873	84	061	50
4	058	74	868	96	055	41
	Вариант 4		Вариант 5		Вариант 6	
1	323,748	65	197,157	85	608,487	74
2	745	72	125	48	480	66
3	732	47	148	63	449	30
4	771	84	166	70	442	45
	Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9	
1	421,516	91	532,646	82	319,261	28
2	530	65	640	56	223	74
3	561	31	632	41	230	57
4	558	48	656	93	232	39
	Вариант 10		Вариант 11		Вариант 12	
1	251,359	21	630,528	56	145,962	26
2	330	32	520	35	525	62
3	341	84	563	91	540	46
4	362	37	511	35	532	53
	Вариант 13		Вариант 14		Вариант 15	

1	459,740	80	368,483	94	547,271	49
2	758	52	452	68	248	73
3	764	39	475	71	240	60
4	770	40	440	38	285	27

II. Оценка точности по разностям двойных неравноточных измерений.

1. Вычисляем разности $d_i = l_i — l'_i$ (i=1, 2, ,..,n).

2. Находим веса по формуле $p_i = \frac{k}{N_i}$,

где N – число станций в ходе.

3. Проверяем разности на наличие систематической ошибки

$$[p_d d] \le \frac{2,5\sqrt{[p_d d^2]}}{\sqrt{[p_d]}}$$

4. При отсутствии систематической ошибки погрешность единицы веса находим по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{[pd^2]}{2n}},$$

где n – число ходов.

Средняя квадратическая ошибка $x_i = \frac{x_i' + x_i'}{2}$ средних значений будет равна

$$m_{(x_i)cp} = \frac{\mu}{2\sqrt{p}}.$$

5. Если разности di содержат систематические ошибки, требуется исключить их из разностей. Для этого находим сами систематические ошибки по формуле

Н одим
а
х

$d_i' = d_i - \theta$.

[.

pd

]

[

p

]

$\theta =$

Среднюю квадратическую ошибку единицы веса при наличии систематической ошибки вычисляют по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{[d'^2 p]}{2(n-1)}} .$$

Задача 8. Произведено нивелирование II класса в прямом и обратном направлениях. По разностям прямых и обратных ходов выполнить оценку точности полученных результатов измерений.

Решение. Решение задачи выполняем в табличной форме (табл.17).

Таблица 17 – Оценка точности полученных результатов измерений

№ хода	Разности d, мм	Число станций N	Веса $p_i = \frac{10}{N_i}$	pd, мм	pd², мм^2
1	+3,8	15	0,67	+2,55	9,7
2	-2,9	19	0,56	-1,54	4,5
3	-3,2	25	0,40	-1,28	4,1
4	+1,9	16	0,62	+1,18	2,2
5	-4,0	22	0,45	-1,80	7,2
6	+3,9	29	0,34	+1,33	5,2
7	-3,2	24	0,42	-1,34	4,3
8	+6,7	30	0,33	+2,21	14,8
9	+1,3	12	0,83	+1,08	1,4
10	-4,0	27	0,7	-1,48	5,9
	+0,3		4,96	+0,91	59,3

1. Находим разности и веса.

2. Проверяем разности на наличие систематической

ошибки

$$\frac{2,5 \times 15,79}{7\sqrt{4,96}} = 17, \qquad 0,91 < 17,7$$

3. Поскольку в разностях отсутствует систематическая ошибка, то средняя квадратическая погрешность превышения по ходу, состоящему из 10 станций в одном направлении, будет

$$\mu = \sqrt{\frac{59,3}{20}} = 1,7 \text{ мм}$$

$$m_{\mu} = \frac{1,7}{\sqrt{20}} = 0,38 \text{ мм}$$

Для самостоятельного решения.

В таблице 18 исходные данные для самостоятельного решения.

Произвести оценку двойных неравноточных измерений.

Таблица 18 – Исходные данные

№№ ходов	Превышения, мм		Число станций по вариантам									
	прямое	обратное	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	+2,345	-2,349	8	6	5	6	8	11	6	8	7	8
2	+11,450	-11,450	5	7	6	11	8	15	7	9	8	7
3	+5,678	-5,672	7	5	7	15	15	8	10	8	7	8
4	-4,256	+4,262	6	8	10	8	11	8	9	10	9	10
5	-3,941	+3,935	10	8	9	8	6	9	8	7	6	8
6	+2,523	-2,528	9	10	8	9	5	10	8	6	5	7
7	+12,232	-12,228	8	9	8	10	6	7	15	11	10	9
8	+8,107	-8,111	15	6	15	7	7	6	11	6	5	7
9	+2,238	-2,334	6	15	11	6	10	5	6	5	6	6
10	+3,744	+3,739	10	11	6	5	9	6	5	15	12	10

РАБОТА 5. **Оценка точности измерений по невязкам в полигонах и ходах.**

Если измерения должны удовлетворять какому-либо геометрическому условию (например, сумма внутренних углов треугольника должна быть равна 180º), то точность измерений можно определить по невязкам, получающимся в результате погрешностей измерений.

Если в результате измерений углов в N полигонах (ходах) с числом

углов $n_1, n_2, ..., n_N$ получены невязки $f_1, f_2, ..., f_N$, то среднюю

квадратическую погрешность измерения одного угла находится по формуле

$$m = \sqrt{\frac{\left[\frac{f_\beta^2}{n}\right]}{N}} .$$

Контрольная формула

$$m = \sqrt{\frac{\left[f_\beta^2\right]}{[n]}} .$$

В суммах превышений нивелирных полигонов (ходов) имеются

невязки $f_1, f_2, ..., f_N$, периметры ходов - $L_1, L_2, ..., L_N$. Среднюю

квадратическиую погрешность превышения по ходу длиной 1км находят по формуле

$$m_{км} = \sqrt{\frac{\left[\frac{f_h^2}{L}\right]}{N}} .$$

Контрольная формула

$$m_{км} = \sqrt{\frac{\left[f_h^2\right]}{[L]}} .$$

Задача 9. Произведены равноточные измерения углов в 10 полигонах и получены невязки. Определить среднюю квадратическую погрешность измерения угла.

Решение. Решение задачи в табличной форме (табл.19).

Таблица 19 – Определение СКП измерения угла

№ полигона	Число углов в полигоне	Невязка f_β	$f_\beta^{\,2}$	$\frac{f_\beta^2}{n}$	Формулы и вычисления
1	8	+0,5	0,25	0,03	$m_1 = \sqrt{\frac{\left[\frac{f_\beta^2}{n}\right]}{N}} = \sqrt{\frac{1,11}{10}} \approx 0,3$
2	18	-1,4	1,96	0,11	$m_2 = \sqrt{\frac{\left[f_\beta^2\right]}{[n]}} = \sqrt{\frac{12,99}{117}} \approx 0,3$
3	16	+0,4	0,16	0,01	$m_1 \approx m_2$ контроль выполняется
4	5	+0,6	0,36	0,07	
5	19	-1,3	1,69	0,09	
6	7	+0,8	0,64	0,09	
7	12	+1,8	3,24	0,27	
8	11	-1,0	1,00	0,09	
9	10	-1,5	2,25	0,22	
10	11	+1,2	1,44	0,13	
	117		12,99	1,11	

Таблица 20 - Варианты индивидуальных заданий в таблице

№ полигона	Число углов в полигоне	Невязка f_β	Число углов в полигоне	Невязка f_β	Число углов в полигоне	Невязка f_β	Число углов в полигоне	Невязка f_β	Число углов в полигоне	Невязка f_β
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3		Вариант 4		Вариант 5	
1	7	+0,4	6	+0,3	5	+0,2	4	+0,1	3	0
2	17	-1,3	16	-1,2	15	-1,1	14	-1,0	13	-0,9
3	15	+0,3	14	+0,2	13	+0,1	12	0	11	-0,1
4	4	+0,5	3	+0,4	3	+0,3	3	-0,3	3	+0,2
5	18	-1,2	17	-1,1	16	-1,1	15	-1,0	14	-0,9
6	6	+0,7	5	+0,6	4	+0,5	3	+0,4	3	+0,3
7	11	+1,7	10	+1,6	9	+1,5	8	+1,4	7	+1,3
8	10	-1,0	9	-0,9	8	-0,8	7	-0,7	6	-0,6
9	9	-1,4	8	-1,3	7	-1,2	6	-1,2	5	-1,1

10	10	+1,1	9	+1,0	8	+0,9	7	+0,8	6	+0,7

Продолжение таблицы 20

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Вариант 6		Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9		Вариант 10	
1	8	-10,3	4	+0,1	5	+0,2	7	+0,1	6	+0,1
2	12	-1,2	14	,-1,1	12	-0,9	11	-1,0	12	-1,1
3	10	+0,1	12	+0,1	15	+0,3	9	0	8	+0,1
4	4	+0,3	5	+0,4	10	+0,2	4	+0,3	5	+0,3
5	19	-1,0	14	-0,9	19	+0,9	18	-1,0	17	-1,0
6	5	+0,5	3	+0,4	6	-0,8	5	+0,3	5	+0,3
7	10	+1,5	7	+1,7	13	+0,4	9	+1,4	10	+1,3
8	9	-1,0	8	-0,9	9	+1,4	7	-0,7	8	-0,5
9	11	-1,2	10	-1,1	12	-0,9	10	-1,1	11	-1,1
10	12	+0,9	10	+0,7	13	-0,9	11	+0,7	9	+0,7

Задача 10. Вычислить среднюю квадратическую погрешность нивелирования хода длиной 1 км по невязкам в полигонах.

Решение. Решение задачи производим в виде таблице (табл.21)

Таблица 21 – Вычисление СКП нивелирного хода

№ полигона	Длина полигона L, км	Невязка f_h	f_h^2	$\frac{f_h^2}{L}$	Формулы и вычисления
1	12,3	+23	529	43	$m_1 = \sqrt{\frac{\left[\frac{f_h^2}{L}\right]}{N}} = \sqrt{\frac{462}{8}} = 8мм$
2	7,8	-12	144	18	
3	6,5	-8	64	10	
4	8,6	+26	676	79	$m_2 = \frac{\left[f_h^2\right]}{[L]} = \frac{3687}{65,1} = 7,5$
5	6,2	+11	121	20	
6	8,4	-32	1024	122	
7	6,7	+27	729	128	$m_1 \approx m_2$ контроль выполняется
8	9,6	-20	400	42	
	65,1	+15	3687	462	

Варианты индивидуальных заданий в таблице 22.

Таблица 22 – Варианты индивидуальных заданий

№ полигона	Длина полигона L, км	Невязка f_h	Длина полигона L, км	Невязка f_h	Длина полигона L, км	Невязка f_h	Длина полигона L, км	Невязка f_h	Длина полигона L, км	Невязка f_h
	Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3		Вариант 4		Вариант 5	
1	12,1	+21	10,1	+24	11,8	+20	12,7	+22	13,4	+25
2	7,6	-12	6,4	-11	6,3	-10	7,1	-9	7,5	-8
3	6,4	-4	5,3	-9	6,1	-11	5,9	-12	5,8	-13
4	6,8	+25	7,7	+27	8,2	+24	8,3	+28	8,4	+20
5	6,1	+10	5,0	+6,6	5,9	+9	5,7	+5	5,4	+8
6	8,2	-2,8	7,2	-25	7,9	-27	6,8	-26	7,8	-24
7	6,7	+24	5,6	+29	4,7	+23	3,7	+28	6,3	+22
8	8,4	-21	7,3	-26	8,9	-19	6,9	-18	8,8	-21

Вопросы для самопроверки

1. Какие измерения называют равноточными?
2. Что называется погрешностью (ошибкой) измерений?
3. Как классифицируются погрешности измерений?
4. Какими свойствами обладают случайные погрешности?
5. Что называется средней квадратической погрешностью?
6. Что называется предельной погрешностью измерения?
7. Чему равна СКП алгебраической суммы измеренных величин в случае равноточных измерений?
8. Что называется арифметической серединой или средним арифметическим значением?
9. По какой формуле вычисляется средняя квадратическая погрешность одного измерения, если имеется

ряд результатов равноточных

измерений одной и той же величины, точное значение которой неизвестно?

10. Во сколько раз СКП арифметической середины меньше СКП одного измерения, имея в виду равноточные измерения одной и той же величины?

11. Как производят оценку точности при двойных равноточных измерениях?

12. Какие измерения называются неравноточными?

13. Что называется весом измерения?

14. Какими свойствами обладают веса измерений?

15. Что называется средней квадратической погрешностью единицы веса?

16. Что такое обратный вес?

17. По какой формуле вычисляется обратный вес линейной функции измеренных величин?

18. Чему равен вес алгебраической суммы измеренных величин, если вес каждого измерения равен единице?

19. Чему равен вес арифметической середины, если вес каждого измерения равен единице?

20. Что называется общей арифметической серединой или средним весовым значением?

21. Что называют вероятнейшим значением измеряемой величины в случае неравноточных измерений этой величины?

22. Чему равен вес общей арифметической середины?

23. По какой формуле вычисляется СКП единицы веса, если известны погрешности результатов измерений и их веса?

24. По какой формуле вычисляется СКП единицы веса, если имеется ряд результатов неравноточных измерений и их веса?

25. По какой формуле вычисляется СКП общей арифметической середины, если известны СКП единицы веса и веса измерений?

26. Что называется обработкой результатов неравноточных измерений одной и той же величины?

27. Как производят оценку точности двойных неравноточных измерений?

28. По какой формуле находят СКП единицы веса при отсутствии систематической ошибки?

29. По какой формуле вычисляется СКП измерения угла, если даны невязки в полигонах?

30. По какой формуле вычисляется СКП нивелирования на 1 км хода, если известны невязки в полигонах или ходах?

Литература

Основная литература

1. Маслов А.В. Геодезия / А.В. Маслов, А.В. Гордеев, Ю.Г. Батраков – М.: КолосС, 2006. – 598 с.
2. Неумывакин Ю.К. Практикум по геодезии / Ю.К. Неумывакин - М.: КолосС, 2006 -317 с.

Дополнительная литература

1. Большаков В.Д. Практикум по теории математической обработки геодезических измерений / В.Д. Большаков, Ю.И. Маркузе. – М.: Недра, 1984. - 352 с.
2. Голубев В.В. Основы теории ошибок. Кн. 1 / В.В. Голубев. – М.: МИИГАиК, 2005. – 66 с.
3. Лазарев Г.Е. Основы высшей геодезии / Г.Е. Лазарев, Е.М. Самошкин. – М.: Недра, 1980. – 424 с.

4. Поклад Г.Г. Геодезия: учебное пособие для вузов / Г.Г. Поклад, С.П. Гриднев. – М.: Академический Проект, 2007. – 592 с.

Содержание

Пшеничная Надежда Николаевна

Методические указания для выполнения лабораторных работ по разделу «Элементы теории погрешностей измерений» *для студентов направления подготовки* 21.03.02 Землеустройство и кадастры

Подписано в печать.......2021 г.
Формат 60х90 1/16. Бумага писчая. Печать RISOGRAPHTR 1510. Уч. – изд. л. 2,4.
Тираж ...... экз.
Заказ...............................

ФГБОУ ВО «Приморская государственная сельскохозяйственная академия». 692510, г. Уссурийск, Блюхера 44.

Участок оперативной полиграфии ФГБОУ ВО ПГСХА 692508, г. Уссурийск, ул.

Раздольная, 8.