Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Приморская государственная сельскохозяйственная академия
Инженерно-технологический институт

М А Т Е М А Т И К А

Методические указания по дисциплине (модулю) к практическим занятиям и самостоятельной работе для обучающихся по направлениям подготовки:
21.03.02 Землеустройство и кадастры;
20.03.02 Природообустройство и водопользование

Часть 2

Электронное издание

Уссурийск 2021

Составитель: Савельева Е.В., канд.тех.наук, доцент инженерно-технологического института.

Математика. Часть 2: методические указания по дисциплине (модулю) к практическим занятиям и выполнению самостоятельной работы для обучающихся по направлениям подготовки: 21.03.02 Землеустройство и кадастры; 20.03.02 Природообустройство и водопользование [Электронный ресурс]: / Е.В. Савельева; ФГБОУ ВО ПГСХА. - Электрон. текст. дан. – Уссурийск: ПГСХА, 2021. - 99 с. - Режим доступа: www. de.primacad.ru.

Рецензент: И.В. Жуплей, к.э.н., доцент института землеустройства и агротехнологии.

Методические указания составлены в соответствии требованиям стандарта ФГОС 3++ по направлениям подготовки: самостоятельной работы для обучающихся по направлениям подготовки: 21.03.02 Землеустройство и кадастры; 20.03.02 Природообустройство и водопользование, содержат задания для самостоятельной работы обучающихся и методические указания по их выполнению.

Издается по решению методического совета ФГБОУ ВО «Приморская государственная сельскохозяйственная академия.

Введение

Методические указания предназначены для изучения раздела математики «Теория вероятностей».

Теория вероятностей является одной из важнейших и необходимых составных частей математики. Методы теории вероятностей широко применяются в различных отраслях естествознания и техники: в теории надёжности, теории массового обслуживания, в теоретической физике, геодезии, астрономии, теории стрельбы, теории ошибок наблюдения, теории автоматического управления, общей теории связи и во многих других теоретических и прикладных науках. Теория вероятностей служит также для обоснования математической и прикладной статистики, которые, в свою очередь, используются при планировании и организации производства, при анализе технологических процессов, предупредительном и приёмочном контроле качества продукции и для многих других целей.

Задачи**,** которые решаются в ходе изучения раздела «Теории вероятностей»:

-сформировать у студентов представление о месте теории вероятности в общематематической науке с точки зрения единства и диалектики образовательного процесса;

-подготовить студентов к приложению ряда важных вероятностных понятий (таких как вероятность события, комбинаторика, законы распределения случайных величин, математическое ожидание, дисперсия и др.) к информационным технологиям.

Такую целенаправленность имеют настоящие методические указания, которые включают в себя практические занятия по дисциплине «Теория вероятностей», задания для аудиторных и домашних работ, задания для самостоятельной работы (две контрольные работы, два типовых расчета по 20 вариантов), итоговый тест и список учебной литературы.

<u>Раздел 1. Случайные события.</u>

Тема: Относительная частота появления события

Классическое определение вероятности

Задачи для решения в аудитории

1. Из 26 высаженных деревьев прижилось 20. Какова доля прижившихся деревьев?

2. Из 90 отливок чугуна 8 экземпляров не соответствуют стандарту. Определить процент стандартных отливок.

3. В книге 170 страниц. Какова вероятность, что номер наудачу открытой страницы, есть число кратное 7?

4. Относительная частота прорастания семян определенного злака равна 0,95.Сколько семян не проросли, если их посеяно было 200?

5. Бросаются две игральные кости. Определить вероятности следующих событий:

1) произведение выпавших очков равно 8;

2) сумма вскрывшихся очков равна 5.

6. Бросаются две монеты. Какое из событий является более вероятным :

A- монеты лягут одинаковыми сторонами;

B- монеты лягут разными сторонами.

7. Пять книг на одной полке расставляются наудачу. Определить вероятность того, что две определенные книги окажутся :

1)поставленными рядом

2)поставленные рядом с правого края.

8. Каждая из букв Е, А, Т, Р, И, Г, Н, Л написана на одной из восьми карточек. Карточки раскладываются произвольно. Найти вероятность того, что при этом образуется слово «ИНТЕГРАЛ».

9. В хозяйстве 8 участков земли, которыми необходимо занять под 8 культур. Какова вероятность того, что произвольное закрепление культур за участками совпадает с запланированным ?

10. Определить вероятность того, что серия наудачу выбранной облигации не содержит одинаковых цифр, причем номер серии может быть любым пятизначным числом начиная с 00001.

11. В ящике 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что они окажутся окрашены.

12. Из полной колоды карт (52 карты) вынимаются наугад сразу три карты. Найти вероятность того, что эти карты будут: тройка, семерка, туз.

13. В студенческой группе 15 юношей и 10 девушек .На концерт группа получила 5 пригласительных билетов, которые разыгрываются по жребию. Какова вероятность того, что на концерт пойдут 2 девушки и 3 юноши.

14. В урне находятся 13 белых и 17 черных шаров. Вынимают 4 шара. Найти вероятность того, что среди них будут 2 белых шара.

15. В барабане револьвера семь гнезд, из них в пяти заложены патроны. Барабан приводится во вращение и после этого нажимается спусковой крючок. Найти вероятность того, что оба раза не произойдут выстрелы. В тех же условиях найти вероятность того, что оба раза выстрел произойдет.

Теоретический минимум

1. Дать определение и привести примеры достоверного, невозможного и случайного события.
2. Относительна частота, её свойства.
3. Классическое определение вероятности, её свойства.
4. Перестановки, размещения, сочетания: определение, формулы для подсчета.

Домашнее задание

1.Из 75 машинных деталей, изготовленных за смену, 6 деталей оказались нестандартными. Определить относительную частоту стандартных деталей, изготовленных за смену.

2. В урне имеется 12 шаров:4 белых и 8 черных. Из урны наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что он будет черным?

3. Наугад указывается месяц и число некоторого года. Какова вероятность того, что это будет воскресенье, если в этом году 52 воскресенья?
4 Прибор имеет пятизначный номер. . Найти вероятность правильного определения номера прибора, если стерта последняя цифра.
5. В ящике содержится 20 деталей, из них 3 бракованных, Найти вероятность того, что среди 4 наудачу извлеченных деталей не окажется бракованной.
6. Каждая из букв А,А,А,М,М,Т,Т,Е,И,К написана на одной из10 карточек. Карточки раскладываются произвольно. Найти вероятность того, что при этом образуется слово «МАТЕМАТИКА».

Тема: Действия над событиями

Задачи для решения в аудитории

1. Электрическая цепь состоит из двух последовательно соединенных элементов. Вероятность выхода из строя первого элемента равна 0,1 , а второго - 0,3. Считая невозможным одновременный выход из строя двух элементов , найти вероятность того, что электрическая цепь будет разомкнута.

2. На поле работают три комбайна. Вероятность поломки любого из них соответственно равна 0,1; 0,25 ; 0,3. Какова вероятность, что произойдет поломка, если исключен одновременный выход из строя нескольких комбайнов.

3. Вероятность отклонения от ГОСТа при обработке детали на станке по вине рабочего равна 0,2 ,а из-за несовершенства станка эта вероятность равна 0,01. Какова вероятность что после обработки деталь имеет отклонения по ГОСТу.

4. В мастерской имеется два мотора. При существующем режиме работы вероятность того, что мотор работает с полной нагрузкой равна 0,4. Определить вероятность, что оба мотора работают с полной нагрузкой.

5. Вероятность установления в данной местности устойчивого снежного покрова с октября равна 0,2.Определить вероятность того, что в ближайшие два года в этой местности устойчивый снежный покров с октября не установится ни разу.

6. Оросительная система имеет два насоса. Вероятность безотказной работы первого насоса равна 0,9, а для второго эта вероятность равна 0,85. Какова вероятность, что оба насоса вышли из строя? Только один насос вышел из строя?

7. Прибор, работающий в течение суток, состоящий из трех узлов, каждый из которых может выйти из строя независимо друг от друга. Неисправность хотя бы одного узла выводит из строя прибор целиком. Вероятность безотказной работы первого узла равна 0,9 ; второго - 0,95 ; третьего – 0,85. Найти вероятность, что в течение суток прибор будет работать безотказно.

8. Брошены две игральные кости . Чему равна вероятность того, что хотя бы на одной из них выпадет 5 очков?

9. Три стрелка стреляют в цель. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,6, для второго - 0,7, для третьего – 0,75. Найти вероятность, по крайней мере, одного попадания, если каждый стрелок сделает по одному выстрелу.

10.Установка для полива содержит три насоса. Вероятность того, что за смену произойдет выход из строя установки равна 0,3 ,причем вероятность поломки первого насоса равна 0,15, а для второго - 0,09. Какова вероятность, что произошла поломка третьего насоса, считая, что одновременной поломки нескольких насосов произойти не может?

11.Вероятность выиграть по одному билету лотереи равна 0,4. Какова вероятность, имея три билета этой лотереи выиграть :

а) по всем трем билетам , б) ни по одному билету , в) только по двум билетам.

12. Среди 100 лотерейных билетов есть 12 выигрышных. Найти вероятность того, что 2 наугад выбранных билета окажутся выигрышными.

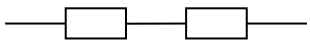
13. В ящике 10 деталей , среди которых шесть окрашены. Сборщик извлекает четыре детали. Найти вероятность того, что все извлеченные детали окрашены.

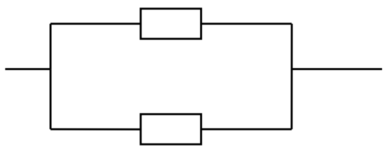
14. Вероятность того, что нужная деталь находится в первом, во втором, третьем, четвертом ящике соответственно равны 0,6 ; 0,7 ; 0,8 ; 0,9. Найти вероятность того, что деталь содержится не более, чем в трех ящиках.

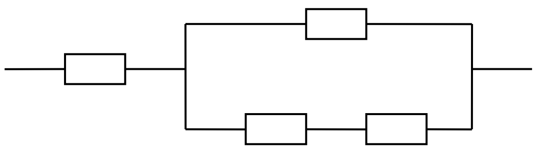
15. Два игрока бросают по одной игральной кости. Какова вероятность того, что хотя бы на одной кости выпадет число очков кратное трем?(решить двумя способами)

16. В ящике 10 деталей, из которых 4 окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна деталь окрашена.

17. Найти надежность следующих систем, если известна надежность p каждого элемента системы все элементы и звенья выходят из строя независимо друг от друга.

1) 

2) 

3) 

18. У сборщика 3 конусных и 7 эллиптических валиков. Сборщик взял один валик, а затем второй. Найти вероятность того, что первый валик конусный, а второй эллиптический.

19. В урне 8 черных,6 красных и 4 былых шара. Последовательно вынимается 3 шара. Найти вероятность того, что первый шар черный, второй – красный, третий – белый.

20. Многолетними наблюдениями установлено, что в вероятность октябрьскому дню оказаться дождливым равна $\frac{1}{4}$. Сельскохозяйственный кооператив должен в течение трёх дней октября убрать картофель. Чему равна вероятность того, что два дня будут дождливыми.

21. Для трех различных торговых предприятий определен плановый уровень прибыли. Вероятность тог, что первое предприятие выполнит план по прибыли равна 90%, для второго она равна 95%, для третьего 100%. Какова вероятность того, что плановый уровень прибыли будет достигнут :а) всеми предприятиями; б) только одним предприятием ; в) только двумя предприятиями; г) хотя бы одним предприятием.

Теоретический минимум

1. Дать определение и привести пример противоположных событий.
2. Дать определение и привести примеры несовместных и совместных событий.
3. Дать определение и привести примеры зависимых и независимых событий.
4. Показать геометрическую иллюстрацию на множествах формул вероятности суммы и произведения событий.
5. Пояснить вероятность появления хотя бы донного события.

Домашнее задание

1. Вероятности появления каждого из двух независимых событий **А** и **В** соответственно равны 0,6 и 0,5. Найти вероятность появления только одного из них.
2. Для геодезиста вероятность сделать ошибку при съёмке равна 0,1, а при нанесении данных на карту – 0,2. Найти вероятность того. Что полученные данные без ошибки.
3. Произведен выстрел по мишени из двух орудий. Вероятность попадания из первого орудия равна 0,85, из второго 0,91. Найти вероятность поражения цели .(задачу решить тремя способами).

4. На завод привезли партию из 150 подшипников, в которую случайно попало 20 бракованных. Определить вероятность того, что из двух взятых наугад подшипников окажется: а) оба годные, б) оба бракованные, в) хотя бы один годный.
5. Три орудия одновременно стреляют в одну цель. Вероятности поражения цели каждым орудием равны соответственно 0,4 ; 0,7 0,65. Найти вероятность того, что при залпе цель будет поражена: а) только одним орудием, б) только двумя орудиями, в) хотя бы одним из орудий.
6. Из колоды 36 карт вынимают сразу 3 карты. Найти вероятность того, что эти карты будут дамой, семеркой, тузом.

Тема : Формула полной вероятности и формула Байеса

Задачи для решения в аудитории

1. Бригада должна в срок отремонтировать установку для полива. Ремонту подлежат два узла. Если ремонт начнут с первого узла, то вероятность того, что весь ремонт будет выполнен в срок, равна 0,9, а если со второго узла, то эта вероятность равна 0,8. Не зная этих условий, бригада начинает ремонт. Какова вероятность того, что ремонт произведен и закончен в отведенный срок?

2. В трех корзинах находится картофель. В первой 90% неповрежденных клубней, во второй 85% и в третьей 80%. Из наугад выбранной корзины берут один клубень. Какова вероятность, что клубень не поврежден?

3. На склад поступило 1000 подшипников. Из них 200 изготовлены на первом заводе, 460 –на втором, 340 – на третьем заводе. Вероятность того, что подшипник окажется нестандартным для первого завода равна 0,03, для второго -0,02, для третьего – 0,01. Найти вероятность, что взятый подшипник оказался стандартным.

4. Завод имеет три конвейера по сбору деталей . Первый и второй конвейеры движутся с одинаковой скоростью, а третий в два раза медленнее. Первый конвейер дает 20% сбоя, второй 15%, третий 10%.Все детали попадают на один пункт сортировки. Какова вероятность, что взятая деталь при сортировке имеет дефект?

5. В магазине имеются в продаже однотипные изделия, изготовленные двумя заводами. Заводом № 1 изготовлены 60 % изделий, а остальные изготовлены заводом № 2. Завод № 1 в среднем выпускает 2 % брака, а завод № 2 – 5 % брака. Какова вероятность того, что купленное в магазине изделие окажется бракованным?

6. Азотное удобрение поступает на склад из пункта №1 и пункта №2, причем, из пункта №1 в три раза больше, чем из пункта №2. Вероятность того, что удобрение из первого пункта удовлетворяет стандарту равна 0,9, а соответствующая вероятность для второго пункта равна 0,7. Определить вероятность того, что взятое на складе удобрение удовлетворяет стандарту.

7. При проведении эксперимента возникло три равно возможных продолжения выполняемых действий. Предположительно, требуемый результат при выборе первого варианта проведения эксперимента будет достигнут с вероятностью 60 %, второго варианта – 50 % и третьего варианта – 75 %. Какова вероятность того, что необходимый результат был в итоге получен?

8. В условиях задачи 5., найти вероятность того, что изделие было выпущено заводом № 1, если известно, что купленное изделие – бракованное.

9.Число легковых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит АЗС, относится к числу грузовых автомашин как 3 : 2 . Вероятность того, что будет заправлена грузовая машина равна 0,4; для легковой машины эта вероятность равна 0,5. Найти вероятность того, что подъехавшая машина требует заправки.

Теоретический минимум

1. Дать понятие гипотез и привести примеры.
2. Пояснить, почему сумма всех гипотез образует полную группу несовместных событий.
3. Записать формулу полной вероятности.
4. Записать и пояснить формулу Байеса.

Домашнее задание

1. В пирамиде расставлены 10 винтовок, из которых 3 снабжены диоптрическим прицелом. Вероятность поражения цели из обычной винтовки равна 0,45, а из винтовки с диоптрическим прицелом – 0,65. Какова вероятность поражения цели из наугад выбранной винтовки?
2. В условиях задачи 1, найти вероятность того, что выстрел был сделан из винтовки с диоптрическим прицелом, если известно, что мишень не была поражена.
3. В больнице лежат больные гриппом (20 %), ангиной (45 %), скарлатиной (25 %) и дифтеритом (10 %). Процент полного излечения больного равен соответственно: для гриппа – 80 %, для ангины – 95 %,
для скарлатины – 65 % и для дифтерита – 75 %. Какова вероятность того, что данный больной полностью вылечится?
4. На двух станках изготавливаются одинаковые детали. Известно производительность первого станка в два раза больше второго, и что вероятность изготовления детали высшего качества на первом станке равна 0,99, на втором -0,96. Определить вероятность , что взятая деталь окажется а) высшего сорта ; б) оказавшаяся деталь высшего сорта изготовлена на первом станке.

Тема: Повторные независимые испытания

Задачи для решения в аудитории

1. Вероятность изготовления на автоматическом станке стандартной детали равно 0,9. Определить вероятность того, что из 5 наудачу взятых деталей 3 окажутся стандартными.

2. Всхожесть приготовленного посадочного материала равна 80%. Определить вероятность того, что из 10 посеянных зерен, не взойдет меньше трех.

3. В одной студенческой группе 2/3 студентов занимаются на хорошо и отлично. Определить вероятность того, что из пяти наугад выбранных студентов три учатся на хорошо и отлично.

4. Монета подброшена 7 раз. Найти вероятность того, что герб при этом появился не менее 6 раз.

5. Вероятность выигрыша в лотереи равна 0,3. Что вероятнее: выиграть три раза по пяти билетам или 2 раза по четырем?

6. Проводится игровая лотерея, в которой 100 билетов. Выигрывают билеты с номерами кратными или 3, или 5. Найти вероятность того, что из взятых четырех билетов выиграют два.

7. В цехе завода работают 5 автоматов. Вероятность поломки за смену любого равна 0,3. Какова вероятность того, что в течение смены произойдет поломка хотя бы одного автомата.

8. Планируются 10 экспериментов. Вероятность успешного окончания каждого из экспериментов постоянна и равна 0,7. Найти наивероятнейшее число успешных экспериментов.

9. Произвольным образом написаны 9 положительных чисел. Найти наивероятнейшее число появления четного числа.

10. На одном из факультетов института 0,4 числа всех студентов занимаются научно-исследовательской работой. Каково наиболее вероятное число студентов, занимающихся научно-исследовательской работой, из 250 студентов второго курса.

11. Два равносильных шахматиста играют в шахматы. Что вероятнее выиграть две партии из четырех, или три партии из шести (ничьи во внимание не берутся).

12. Производится четыре независимых выстрела в одинаковых условиях, причем вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,3. Найти вероятность ни одного попадания, трех попаданий и четырех попаданий.

13. В цехе имеется шесть моторов. Для каждого мотора вероятность того, что он выключен равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент:

а) включены четыре мотора;

б) выключены все моторы;

в) включены все моторы.

14. Найти вероятнейшие числа положительных и отрицательных ошибок и соответствующую вероятность при четырех измерениях, если на каждом измерении вероятность получения положительной ошибки равна 2/3, а отрицательной 1/3.

15. В семье пять детей. Найти вероятность того, что среди этих детей: а) два мальчика; б) не более двух мальчиков; в) более двух мальчиков; г) не менее двух и не более трех мальчиков. Вероятность рождения мальчика принять равной 0,51.

16. Завод-изготовитель отправил на базу 12000 доброкачественных изделий. Число изделий поврежденных при транспортировке, составляет в среднем 0,05 %. Найти вероятность того, что на базу поступит:

а) не более 3 поврежденных изделий;

б) хотя бы 2 поврежденных.

17. Вероятность допустить ошибку при наборе некоторого текста, состоящего из 1200 знаков, равна 0,005. Найти того, что при наборе будет допущено:

а) 3 ошибки;

б) хотя бы одна ошибка.

18. Среди семян пшеницы 0,6% сорняков. Какова вероятность, что пи отборе 1000 семян обнаружат не менее трех семян сорняков?

19. Какова вероятность того, что среди 730 пассажиров поезда:

а) четверо родилось 23 февраля;

б) двое родилось 1 марта;

в) никто не родился 22 июня.

20. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена 75 раз.

21. Вероятность появления события А в каждом из 625 испытаний равна 0,64. Найти вероятность того, что событие А в этих испытаниях появится ровно 415 раз.

22.Вероятность изготовления детали высшего сорта равна 0,4. Найти вероятность того, что из 260 деталей половина будет высшего сорта.

23. Установлено, что в среднем 0,5% шариков, изготовленных для подшипников, оказываются бракованными. Определить вероятность того, что среди поступивших на контроль 10000 шариков бракованными окажутся: а) 40 штук; б) 50 штук; в) 60 штук.

24. При установившемся технологическом процессе фабрика выпускает в среднем 70 % продукции первого сорта. Чему равна вероятность того, что в партии из 1000 изделий число первосортных заключено между 652 и 760.

25. Найти приближенное выражение вероятности того, что число выпадений тройки при 4200 бросаниях игральной кости будет заключено между 650 и 700.

26. Вероятность появления события в каждом из 100 независимых испытаний и равна 0,8. Найти вероятность того, что событие появится:

а) не менее 75 раз и не более 90 раз;

б) не менее 75 раз;

в) не более 74 раз.

27. Две бригады поставили в овощехранилище для хранения картофель. Первая бригада поставила 40%, вторая 60% всего картофеля. Среди картофеля первой бригады 80% первосортного, а второй-70%. Найти вероятность того, что при проверке 200 клубней первосортных оказалось от 130 до 150 клубней.

Теоретический минимум

1. Дать определение повторных независимых испытаний.
2. Записать соотношения между вероятностями ***p*** и ***q*.**
3. Записать и пояснить формулу Бернулли.
4. Записать и пояснить условия применения формулы Пуассона.
5. Сформулировать условия локальной и интегральной теорем Муавра-Лапласа и записать соответствующие формулы.

Домашнее задание

1. Всхожесть семян ржи составляет 90%. Чему равна вероятность того, что из 7 посеянных семян взойдет 5?
2. Вероятность обнаружения опечатки на странице книги равна 0,01. Найти вероятность того, что в 500-страничной книге не будет обнаружено опечаток .
3. Цех выпускает в среднем 80 % продукции 1-го сорта. Какова вероятность того, что в партии из 125 изделий будет 100 изделий 1-го сорта?
4. Планируется распределение 15 комбайнов среди предприятий края. Вероятность получения комбайна любым предприятием равна 0,6. Найти наивероятнейшее число комбайнов, которое может получить предприятие. Вычислить вероятность этого события
5. Монета подброшена 40 раз. Найти вероятность того, что орел выпадает в 25 случаях. Определить наивероятнейшее число выпадения орла.
6. Вероятность изготовления изделия высшего качества равна 0,8. Найти вероятность того, что среди взятых 60 изделий от 35 до 55 окажутся высшего качества.

Контрольная работа по теме: «Случайные события»

1.Для определения всхожести семян было отобрано и высеяно в лабораторных условиях 1000 штук. 980 семян дали нормальные всходы. Найдите относительную частоту недоброкачественных семян.

2. Относительная частота появления неисправной лампы в партии равна 0,02. Отбирается 200 ламп. Сколько ламп окажется неисправными?

3.Относительная частота испорченных яблок (кг) при транспортировке равна 0,03. Транспортируется 150 кг яблок. Сколько кг. яблок окажется испорченными?

4. Из партии калькуляторов наудачу было отобрано 300 штук. Из них оказалось 20 неисправных. Найти относительную частоту годных калькуляторов.

5. При испытании нового антибиотика на кроликах, больных пневмонией, получены следующие результаты. Из больных принимающих антибиотики выжило 65, погибло 25. Какова относительная частота погибших кроликов.

6.В обувном магазине за день было продано 150 пар детской обуви, 100 пар женской обуви, 80 пар мужской обуви. Какова относительная частота продажи женской обуви.

7. При измерении общей длины 100 растений льна, получены следующие данные: 20 растений с длиной от 50 до 80 см, остальные с длиной от 81 до 110 см. Какова относительная частота растений с длиной больше 80 см?

8. При стрельбе из винтовки относительная частота попадания в цель равна 0,75. Найти число попаданий, если всего произведено 140 выстрелов.

9.Относительная частота занятий, пропущенных студентом в некоторый период была 0,04. Сколько было пропусков, если за этот период студент присутствовал 168 раз.

10. При измерении общей длины 200 растений , получены следующие данные: 35 растений с длиной от 50 до 80 см, остальные с длиной от 81

до 110 см. Какова относительная частота растений с длиной больше 80 см?

11. В читальном зале имеется 12 учебников по физике, из которых 6 в мягком переплете. Библиотекарь взял три учебника. Найти вероятность того, что 1) три учебника окажутся в мягком переплете;

2) два в мягком и один в твердом переплете.

12. В ящике 40 деталей, из них 5 с дефектом. Последовательно без возврата достают три детали. Какова вероятность того, что:

1)они без дефекта ;2)две без дефекта и одна с дефектом.

13. В компьютерном классе 12 компьютеров, из них исправны 9. Какова вероятность, что 1)три студента вошедшие в класс выберут исправные компьютеры; 2) два выберут исправные компьютеры, один неисправный?

14. В некотором районе города находится 10 магазинов 6 продовольственных и 4 непродовольственных. Случайным образом для приватизации были отобраны три магазина. Найти вероятность того, что:

1)все отобранные магазины окажутся непродовольственными ;

2) два продовольственных и один непродовольственный.

15. В ящике лежат 20 теннисных мячей. Из них 12 новых и 8 игравших. Наугад извлекают три мяча для игры. Найти вероятность того, что: 1)три мяча будут игравшими ; 2) два игравших и один новый?

16. В группе 25 студентов. Из них 5 отличников. Преподаватель наугад вызывает четырех студентов. Найти вероятность того, что: 1)эти четыре студента будут отличниками ; 2) только два отличника.

17. В ящике 22 детали. Среди них четыре оказались с браком. 1.Что более вероятно: извлечение из ящика двух деталей с браком или появление трёх очков при бросании игральной кости. 2. Найти вероятность того, что из трех наугад извлеченных деталей две с браком, одна без ?

18 В урне 20 шаров, различающихся только цветом: 13 красных, остальные зелёные. 1. Что более вероятно: извлечение из урны двух зеленых шаров или появление герба при однократном бросании монеты.

2. Найти вероятность того, что из четырех наугад извлеченных шаров два зеленого цвета, два красных ?

19. Из колоды в 36 карт наугад выбрали 5 карт. Какова вероятность того, что: 1. все три пиковой масти; 2. два туза, три короля ; 3. две дамы, два короля и один туз?

20. В ящике 20 фруктов. Из них 2 апельсина, 12 яблок и 6 груш. Какова вероятность того, что из пяти наугад вытащенных фруктов окажется:

1. пять груш; 2. три яблока и две груши ; 3. один апельсин, два яблока и две груши.

21. В двух отсеках находится посевной материал. Семена первого отсека имеют всхожесть 80% , второго – 85%. Отбирается по одному зерну из каждого отсека. Найдите вероятность того, что: а) оба зерна не взойдут; б) хотя бы одно взойдёт.

22. На ферме работают два транспортера для раздачи кормов. Вероятность выхода из строя каждого из них соответственно равна 0,25 и 0,2. Какова вероятность, что: 1) оба транспортера выйдут из строя; 2) произойдет поломка хотя бы одного из транспортеров?

23. Три механика сдают экзамен комиссии на повышение квалификации. Вероятность того, что первый из них сдаст экзамен равна 0,9,второй – 0,8, третий– 0,7.Найти вероятность того, что экзамен будет сдан:1) только одним механизатором; 2) всеми тремя; в) хотя бы одним.

24. Из трех орудий произвели залп по цели. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого орудия равна 0,7; для второго орудия – 0,9; для третьего – 0,85. Найти вероятность того, что 1) все три орудия попадут в цель; 2) только один снаряд попадет в цель; 3) ни один не попадет в цель; 3) хотя бы один попадет в цель.

25. Эксперт оценивает качественный уровень трех видов изделий по потребительским признакам. Вероятность того, что изделию первого вида будет присвоен знак качества, равна 0,9; изделию второго вида – 0,85; изделию третьего вида – 0,8. Найти вероятность того, что знак качества

будет присвоен: 1) всем трем изделиям: 2) только одному изделию; 3) по крайней мере одному изделию.

26. Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятность поломки первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,2; 0,12 и 0,3. Найти вероятность того, что: 1) все элементы будут работать безотказно; 2) все окажутся неисправными; 3) поломается хотя бы один элемент.

27.Для сигнализации об аварии установлены три независимо работающих устройства. Вероятность того, что при аварии сработает первое устройство, равна 0,92; второе – 0,98 и третье – 0,9. Найти вероятность того, что: 1) при аварии сработают все три устройства; 2) ни одно не сработает; 3) сработает хотя бы одно устройство.

28.В поле работают три бригады. Вероятность выполнить норму для каждой бригады соответственно равна 0,8; 0,9; 0,6. Определить вероятность, что: 1) три бригады норму не выполнят; 2) выполнит только одна бригада; 3) хотя бы одна выполнит.

29. Хозяйством послана машина за удобрением на три базы. Вероятность наличия нужного удобрения на 1 базе – 0,9; на 11 – 0,8; на 111 – 0,6. Найти вероятность того, что: 1) ни на одной базе не окажется нужного удобрения; 2) только на одной базе окажется нужное удобрение; 3) хотя бы на одной базе не окажется нужного удобрения.

30. В студии телевидения четыре телевизионные камеры. Для каждой камеры вероятность того, что она выключена в данный момент равна 0,3.Найти вероятность того, что в данный момент времени включены:1) все четыре камеры; 2) хотя бы одна камера.

31. В трёх ящиках находятся детали. В первом 90% деталей без брака, во втором 75% и в третьем – 80%. Из наугад выбранного ящика берут одну деталь. Какова вероятность, что: 1) деталь без брака; 2) небракованная деталь из 2 ящика?

32. Перед туристами на схеме две дороги, ведущие в определенный населенный пункт. Если идти по первой дороге, то вероятность попасть в нужный пункт без опоздания равна 0,8, а если по второй, то соответствующая вероятность равна 0,6. Туристы наудачу выбирают одну из дорог и прибывают без опоздания. Какова вероятность, что: 1) туристы прибудут без опоздания; 2) туристами была выбрана первая дорога.

33. Для проверки качества саженцев кедров было установлено, что они могут быть разбиты на три группы. К 1 группе принадлежат 86% саженцев; ко 2-й группе - 10%; к 3-й группе – 4%. Вероятность того, что саженец приживется: для 1 группы равно 0,7; для 2 группы – 0,4; для 3 группы – 0,8. Определить вероятность того, что: 1) взятый наугад саженец приживется; 2) приживется саженец из 2 группы.

34. Рабочий работает на двух станках, на которых обрабатываются однотипные детали . Вероятность, что деталь будет обрабатываться на первом станке равна 65%, на втором 35%, при этом вероятность брака для первого – 0,09, для второго – 0,05. Определить вероятность того, что 1) наугад взятая деталь будет бракованной; 2) бракованной будет деталь с первого станка?

35. Для посева пшеницы был заготовлен посевной материал, содержащии небольшое количество примесей зерен 2 и 3 сортов. 90% всего зерна было 1 сорта, 7% - 2-ого, 3% - 3-его. Вероятность того, что из зерна пшеницы вырастет полновесный колос для семян 1 сорта равна 0,9; 2 сорта – 0,8; 3 сорта – 0,6. Определить вероятность того что: 1. из взятого наудачу зерна вырастет полновесный колос; 2). этот колос вырастет из зерна 1 сорта?

36.В сборочный цех предприятия поступают детали с трех автоматов. Первый автомат дает 3% брака, второй – 1%, третий – 2%. При этом с каждого автомата в цех поступило соответственно 500, 200 и 300 изделии. Определите вероятность того что: 1) на сборку попала бракованная деталь; 2) бракованная деталь из третьего цеха.

37. На вспашке работают 6 тракторов, 2 новых и 4 после капитального ремонта. Вероятность поломки для нового трактора равна 0,1, а для трактора после ремонта – 0,3. Какова вероятность, что 1) к концу смены один из тракторов выйдет из строя; 2) из строя выйдет новый трактор?

38. Детали поступают на склад из цеха №1 и цеха №2, причем, из 1-ого цеха в 2 раза больше, чем из 2-ого. Вероятность того, что деталь из первого цеха удовлетворяет стандарту, равна 0,95, а соответствующая вероятность для второго цеха равна 0,9. Определить вероятность, что 1) взятая деталь удовлетворяет стандарту; 2) удовлетворяет стандарту деталь из первого цеха.

39. Птицефабрика имеет три конвейера по сбору яиц. Первый и второй конвейеры движутся с одинаковой скоростью, а третий в два раза медленнее. Количество собранных яиц пропорционально скорости движения. Первый конвейер дает 20% боя, второй – 15%, третий – 10%. Все яйца поступают на один пункт сортировки. Какова вероятность, что: 1) наугад взятое яйцо при сортировке имеет бой; 2) разбитое яйцо с третьего конвейера.

40. В комплекте 20 экзаменационных билетов. Студент Иванов подготовил к экзамену 15 из них. По жребию ему досталась вторая очередь. Какова вероятность, что: 1) Иванов получит подготовленный билет, если неизвестно какой билет достался первому студенту; 2) вытянут подготовленный билет, при условии, что первому студенту достался билет, который Иванов не знает?

41. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что из пяти выстрелов попаданий будет: а) четыре; б) менее двух.

42. Прибор состоит из шести узлов. Вероятность безотказной работы для каждого узла равна 0,7. Найти вероятность того, что из шести узлов выйдут из строя: а) два; б) менее двух узлов.

43. Студенты высадили семь деревьев. Вероятность, что каждое дерево приживется, равна 0,6. Найти вероятность того, что из семи деревьев приживутся: а) пять; б) не менее шести деревьев.

44. В поле работает восемь тракторов. Вероятность бесперебойной работы каждого трактора за смену постоянна и равна 0,8. Найти вероятность того, что за смену из 8 тракторов поломаются: а) четыре; б) не более двух.

45. Всхожесть семян некоторой культуры составляет 90%. Найти вероятность того, что на опытном участке из шести посеянных семян взойдут: а) четыре; б) более четырех. Найти наивероятнейшее число взошедших семян.

46. Вероятность выигрыша в лотерее на 1 билет равна 0,6. Куплено 13 билетов. Найти вероятность того, что число выигрышных билетов окажется: а) ровно 3; б) не более 3. Найти наивероятнейшее число выигрышных билетов.

47. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность того, что из пяти выстрелов попаданий будет: а) четыре; б) менее двух. Найти наивероятнейшее число попадании.

48. Из каждых 100 шкурок норки 25% высшего сорта. Проверяется на качество 8 шкурок. Какова вероятность, что: 1) 6 из них высшего сорта; 2) не менее четырех высшего сорт? Найти наивероятнейшее число шкурок высшего сорта из 8 отобранных.

49.Монета подброшена 7 раз. Найти вероятность того, что: 1) герб при этом появился 5 раз; 2) не менее 6 раз. Сколько раз необходимо подбросить монету, чтобы наивероятнейшее число выпадений герба было равно 10 раз?

50. Проводится игровая лотерея, в которой всего 100 билетов. Выигрывают билеты с номерами кратными 3, или 5. Найти вероятность того, что из взятых четырех билетов: 1) выиграют два; 2) хотя бы один выигрышный. Найти наивероятнейшее число выигрышных билетов среди четырех отобранных.

51. Вероятность появления бракованной детали равна 0,006. Найти вероятность того, что из 500 случайно отобранных деталей бракованных окажется: а) три; б) не более двух.
52. Книга издана тиражом 1000 экземпляров. Вероятность того, что в книге имеется дефект брошюровки, равна 0,002. Найти вероятность того, что тираж содержит неправильно сброшюрованных книг: а) ровно пять; б) не менее двух.
53. Система содержит 100 элементов. Вероятность, с которой может быть неисправный элемент системы равна 0,04. Определить вероятность того, что за определенный срок неисправны будут: а) четыре элемента; б) более одного элемента.
54. Известно, что на поле у 2% кустов картофеля, стебли поражены фитофторой. Найти вероятность того, что из 300 кустов картофеля фитофторой будут поражены: а) четыре куста: б) менее двух кустов.
55. Вероятность выживания бактерий после радиоактивного облучения равна 0,005. Найти вероятность того, что после облучения из 400 бактерий останется: а) пять бактерий; б) более двух бактерий.
56. Вероятность сбоя в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,04. Определить вероятность того, что среди 900 поступивших вызовов имеется: а) 8 сбоев; б) не более 4 сбоев?
57. Вероятность соблюдения расписания движения поездов на перегоне в течение недели равна 0,98. Найти вероятность того, что число нарушении графика движения поездов за 50 недель будет: а) ровно 2; б) больше двух?
58.Среди семян пшеницы 0,06% сорняков. Какова вероятность, что при отборе 1000 семян обнаружат: 1) три сорняка; 2) не менее трех?
59. При хранении посадочного материала среди семян пшеницы 0,1% заражаются вредителями. Определите вероятность того, что при выборке 500 семян: 1) окажется зараженными ровно пять; 2) хотя бы одно будет зараженное.

60. Телефонная станция обслуживает 800 абонентов. Вероятность того, что любой абонент не позвонит на телефонный компьютер в течение часа равна 0,99. Какова вероятность, что в течение часа позвонят: 1) 5 абонентов; 2) хотя бы один абонент?

61. На склад магазина поступают изделия, из которых 80% оказываются высшего сорта. Найти вероятность того, что из 100 взятых наудачу изделии высшего сорта окажется: а) ровно 85 ; б) не менее 75 и не более 85?

62. Принимая одинаково вероятным рождение мальчика и девочки, найти вероятность того, что среди 450 новорожденных будет: а) 230 мальчиков; б) не менее 230 и не более 400 мальчиков?

63. Приживаемость деревьев данной породы составляет 90 %. Найти вероятность того, что из 300 саженцев приживутся: а) 200 деревьев; б) от 200 до 270 деревьев?

64. В инкубаторе содержится 500 птенцов. Вероятность выживания каждого до трех дней равна 0,8. Какова вероятность, что этот срок выживут: 1) 300 птенцов; 2) от 400 до 450 птенцов?

65. Завод выпускает приборы, среди которых в среднем 90% без дефекта. Найти вероятность того, что в партии из 400 приборов дефектных окажется: а) 100 приборов; б) не менее 50 и не более 100?

66. Вероятность того, что деталь не прошла проверку ОТК, равна 0,2. Найти вероятность того, что среди 400 деталей непроверенных окажется: а) 70 деталей; б) от 70 до 100 деталей?

67. В телятнике содержится 120 телят. Вероятность того, что каждый теленок к определенному сроку даст необходимый привес равна 0,6. Определить вероятность того, что привес дадут: 1) 100 телят; 2) от 70 до 80 телят.

68. Средний процент нарушений работы кинескопа телевизора в течение гарантийного срока 10%. Вычислить вероятность того, что из 40

телевизоров гарантийный срок выдержат: а) 30 телевизоров; б) не менее 30 и не более 36 телевизоров?

69. Принимая одинаково вероятным рождение мальчика и девочки, найти вероятность того, что среди 470 новорожденных будет: а) 230 мальчиков; б) не менее 230 и не более 400 мальчиков?

70. Игральную кость бросают 700 раз. Какова вероятность того, что число очков, кратное трем, выпадет: а) ровно 274; б) от 260 до 274 раз?

№ вар.	**Номера задач**						
	1.	***2.***	***3.***	***4.***	***5.***	***6.***	***7.***
1	1	11	21	31	41	51	61
2	2	12	22	32	42	52	62
3	3	13	23	33	43	53	63
4	4	14	24	34	44	54	64
5	5	15	25	35	45	55	65
6	6	16	26	36	46	56	66
7	7	17	27	37	47	57	67
8	8	18	28	38	48	58	68
9	9	13	25	31	42	52	69
10	10	15	21	33	43	53	70
11	3	17	23	34	44	54	68
12	4	12	26	32	45	55	61
13	5	11	22	37	46	56	62
14	6	16	24	35	47	57	63
15	7	18	25	32	48	51	64
16	2	14	21	33	49	52	65

17	3	12	23	33	50	55	66
18	8	17	28	38	41	58	67
19	9	19	29	39	49	59	69
20	10	20	30	40	50	60	70

Примеры решения типовых задач

Задача 1. Из урны, содержащей 6 белых и 4 черных шара, наудачу вынут шар. Найти вероятность того, что он белый.

Решение.

Рассмотрим событие: A – вынутый шар белого цвета.

Будем считать элементарными событиями, или исходами опыта, извлечение из урны каждого из имеющихся в ней шаров. Очевидно, что эти события удовлетворяют всем условиям, позволяющим считать их схемой случаев. Следовательно, число возможных исходов равно 10, а число исходов, благоприятных событию A (появлению белого шара) – 6 (таково количество белых шаров в урне). Значит,

$$p(A) = \frac{m}{n} = \frac{6}{10} = 0{,}6.$$

Задача 2. Два студента независимо друг от друга составляют программу для решения одной и той же задачи. Вероятность, что первый студент найдет оптимальный путь решения задачи равна 0,8, а для второго эта вероятность равна 0,95. Какова вероятность, что программа будет составлена?

Решение.

Рассмотрим событие С- для решения задачи программа составлена .

Программа будет составлена, если или первый, или второй , или оба студента найдут оптимальный путь решения задачи.

Событие А – первый студент составил программу.

Событие В – второй студент составил программу.

События А и В совместны, тогда $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$

$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A)\cdot P(B)$.

По условию Р(А)=0,8 Р(В)=0,95

Искомая вероятность равна $P(C)=0{,}8+0{,}95-0{,}8\cdot 0{,}95=1{,}75-0{,}76=0{,}99$

Задача 3. В ящике 60 деталей, из них 50 стандартных. Найти вероятность того, что две детали, взятые одна за другой, окажутся стандартными.

Решение.

Рассмотрим события :

A -две детали стандартные.

A_1 -первая деталь стандартна.

A_2 -вторая деталь стандартна.

Событие A есть пересечение событий A_1 *и* A_2, т.е. $A=A_1\cdot A_2$, следовательно A_1 *и* A_2 зависимые. $P(A)=P(A_1)\cdot P(A_2/A_1)$

По условию $P(A_1)=\frac{50}{60}$. Условная вероятность события A_2 при условии осуществления события A_1 равна $P(A_2/A_1)=\frac{49}{59}$.

В результате искомая вероятность равна: $P(A)=\frac{50}{60}\cdot\frac{49}{59}=0{,}692\approx 0{,}69$

Задача 4. Два стрелка делают по одному выстрелу по мишени. Вероятности их попадания при одном выстреле равны соответственно 0,6 и 0,7. Найти вероятности следующих событий:

A – хотя бы одно попадание при двух выстрелах;

B – только одно попадание при двух выстрелах;

C – два попадания;

D – ни одного попадания.

Решение.

Пусть событие A_1 – попадание первого стрелка, A_2 – попадание второго. Тогда

$$A = A_1 + A_2, \quad B = A_1 \cdot \overline{A}_2 + \overline{A}_1 \cdot A_2, \quad C = A_1 \cdot A_2, \quad D = \overline{A}_1 \cdot \overline{A}_2.$$

События A_1 и A_2 совместны и независимы, поэтому применяем теорему сложения для совместных событий , а также теорему умножения для независимых событий.

Следовательно, $P(A) = 0{,}6+0{,}7 - 0{,}42 = 0{,}88$,

$P(B) = 0{,}6 \cdot 0{,}3 + 0{,}7 \cdot 0{,}4 = 0{,}46$ (так как события $A_1 \cdot \overline{A}_2$ и $\overline{A}_1 \cdot A_2$ несовместны),

$P(C) = 0{,}6 \cdot 0{,}7 = 0{,}42$,

$p(D) = 0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}12$. Заметим, что события A и D являются противоположными, поэтому $p(A) = 1 - p(D)$.

<u>Задача 5.</u> Имеются три одинаковые урны с шарами. В первой из них 3 белых и 4 черных шара, во второй – 2 белых и 5 черных, в третьей – 10 черных шаров. Из случайно выбранной урны наудачу вынут шар. Найти вероятность того, что он белый.

<u>Решение.</u>

Будем считать гипотезами H_1, H_2 и H_3 выбор урны с соответствующим номером.

H_1- урна № 1

H_2- урна № 2

H_3 - урна № 3

Так как по условию задачи все гипотезы равновозможны, то

$p(H_1) = p(H_2) = p(H_3) = \frac{1}{3}$. Найдем условную вероятность A при реализации каждой гипотезы: $p(A/H_1) = \frac{3}{7}$,

$p(A/H_2) = \frac{2}{7}$, $p(A/H_3) = 0$.

Тогда $p(A)=\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{7}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{7}+\frac{1}{3}\cdot 0=\frac{5}{21}\approx 0{,}238.$

Задача 6.

Посажено 5 деревьев, вероятность того, что дерево приживется, равна $\frac{3}{4}$. Какова вероятность, что приживется: а) ровно 3 дерева, б) не менее трех деревьев.

Решение:

Если n - число всех проведенных испытаний,

$p=P(A)$ – вероятность появления события A в каждом испытании,

$q=p(\bar{A})=1-p$ – вероятность не появления события A в каждом испытании, тогда вероятность $P_n(m)$ того, что событие A появится m раз в n независимых испытаниях вычисляется по формуле Бернулли:

$$P_n(m)=C_n^m\cdot p^m\cdot q^{n-m}$$

где $C_n^m=\frac{n!}{m!\cdot(n-m)!}$ - число сочетаний из n по m.

В нашей задаче дано: $n=5$; $p=\frac{3}{4}$. Требуется найти: а) $P_5(3)$; б) $P_5(m\ge 3)$.

Задачу решаем, используя формулу Бернулли (1):

Найдем $q=1-p=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$,

а) $P_5(3)=C_5^3\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{5!}{(5-3)!\cdot 3!}\cdot\frac{27}{64}\cdot\frac{1}{16}=\frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}{1\cdot2\cdot1\cdot2\cdot3}\cdot\frac{27}{1024}=\frac{135}{512}\approx 0{,}2637$

б) Искомое событие состоит в том, что из пяти посаженных деревьев приживутся или три, или четыре, или пять.

Таким образом $P(m\ge 3)=P_5(3)+P_5(4)+P_5(5)$

Вычислим отдельно каждое слагаемое:

$$P_5(3)=\frac{135}{512};\ P_5(4)=C_5^4\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{5!}{(5-4)!\cdot 4!}\cdot\frac{81}{256}\cdot\frac{1}{4}=5\cdot\frac{81}{1024}=\frac{405}{1024};\ P_5(5)=\left(\frac{3}{5}\right)^5=\frac{243}{1024}$$

$$.\ P_5(m\ge 3)=\frac{135}{512}+\frac{405}{1024}+\frac{243}{1024}=\frac{918}{1024}=\frac{459}{512}\approx 0{,}8965$$

Задача 7.

На предприятии работник за смену изготовляет 900 деталей. Вероятность того, что деталь окажется первого сорта, равна 0,9. Какова вероятность, что деталей первого сорта: а) будет ровно 800 штук; 2) будет заключено между 800 и 860.

а) найти: $P_{900}(800)$.

В нашей задаче *n=900* (велико, *n>>10*) и *p=0,9* (не очень малое число), *m=800*, следовательно применяем локальную теорему Лапласа:

$$P_n(m)\approx\frac{1}{\sqrt{npq}}\cdot\varphi(x)$$

Найдем значение *q= 1- p=1 - 0,9=0,1*

Решение можно оформить следующим образом:

1) $np = 900\cdot 0{,}9 = 810$

2) $\sqrt{npq}=\sqrt{810\cdot 0.1}=\sqrt{81}=9$

3) $x=\dfrac{m-np}{\sqrt{npq}}=\dfrac{800-810}{9}=-\dfrac{10}{9}\approx -1{,}11$

4) $\varphi(x)=\varphi(-1{,}11)=\varphi(1{,}11)=0{,}2155$ - использовали свойство четности, значение $\varphi(x)$ нашли по таблице 2 приложения.

5) $P_{900}(800)\approx\dfrac{1}{\sqrt{npq}}\cdot\varphi(x)\approx\dfrac{1}{9}\cdot 0{,}2155=0{,}0239$.

б) Для решения этой задачи используем интегральную теорему Лапласа.

$P_n(m_1\le m\le m_2)\approx \Phi(x_2)-\Phi(x_1)$, где $\Phi(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$

$x_1=\dfrac{m_1-np}{\sqrt{npq}};\qquad x_2=\dfrac{m_2-np}{\sqrt{npq}}$

Применяется при вычислении вероятности того, что событие A в n независимых испытаниях появится не менее m_1 и не более m_2 раз при условии, что n велико $(n\to\infty)$, $0<p<1$ (не слишком мало).

В нашей задаче $n=900$ (велико), $p=0,9$ (не очень мало), также даны границы изменения m: $m_1=800$; $m_2=860$.

Найти: $P_{900}(800 \le m \le 860)$,

Найдем значение $q= 1- p=1 - 0,9=0,1$

Решение можно оформить следующим образом:

1) $np=810;$

2) $\sqrt{npq}=9$

3) $x_1 = \dfrac{800-810}{9} \approx -1{,}11; \quad x_2 = \dfrac{860-810}{9} = \dfrac{50}{9} \approx 5{,}56$

4) $P_{900}(800 \le m \le 860) \approx Ф(x_2)-Ф(x_1)=Ф(5,56)-Ф(-1,11)=Ф(5,56)+Ф(1,11)=$

$0,5 + 0,3665 = 0,8665$

При нахождении значений $Ф(x_1)$ и $Ф(x_2)$ использовали свойство нечетности функции $Ф(x)$ и $Ф(5,56)=0,5$ т.к. $x>5$, для нахождения $Ф(1,11)$ пользовались таблицей 3 приложения.

Задача 8.

На станциях отправления поездов находится 1000 автоматов для продажи билетов. Вероятность выхода из строя одного автомата в течение часа равна 0,004. Какова вероятность того, что в течение часа выйдут из строя: а) два автомата, б) не менее двух автоматов.

Решение.

При больших значениях n $(n\to\infty)$ и малых p $(p\to 0)$, т.е. при $a = n\cdot p < 10$, применяют формулу Пуассона:

$$P_n(m) \approx \frac{a^m e^{-a}}{m!}$$

В нашей задаче дано: $n=1000$ (велико); $p=0,004$ (мало), тогда: $n\cdot p=1000\cdot 0,004=4<10$.

а) m=2; $P_{1000}(2) \approx \frac{4^2 \cdot e^{-4}}{2!} = 0{,}14653$, значение вероятности нашли по таблице 1 (см. приложение).

б) Пусть событие B – выйдут из строя не менее двух автоматов, т.е. от 2 до 1000. Рассмотрим событие $\overline{B}$ - противоположное событию *B,* которое состоит в том, что из строя выйдет меньше двух автоматов, т.е. один или ни одного, тогда: $P(B) = 1 - P(\overline{B})$ или $P_{1000}(m \geq 2) = 1 - P_{1000}(m < 2) = 1 - P_{1000}(m = 0$ или $m = 1) = 1 - [P_{1000}(0) + P_{1000}(1)] = 1 - [0{,}01832 + 0{,}07326] = 1 - 0{,}9158 = 0{,}90842$

ИТОГОВЫЙ ТЕСТ ПО ТЕМЕ: «СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ»

1. Случайное событие, это такое событие:

А. причины которого неизвестны;

В. если условия, в которых оно происходит, различны;

С. закономерности которого не поддаются наблюдению;

Д. которое при совокупности одних и тех же условий может произойти, а может не произойти.

2. Событие называется достоверным:

А. если вероятность его близка к единице;

В. если при заданном комплексе факторов оно может произойти;

С. если при заданном комплексе факторов оно обязательно произойдет;

Д. если вероятность события не зависит от причин, условий, испытаний.

3. События называются несовместными, если:

А. в данном опыте они могут появиться все вместе;

В. сумма вероятностей их равна единице;

С. хотя бы одно из них не может появиться одновременно с другим;

Д. в одном и том же опыте появление одного из них исключает появление других событий.

4. Два события называются противоположными:

А. если они равновозможные и в сумме составляют достоверное событие;

В. если они несовместны и в сумме составляют достоверное событие;

С. если сумма вероятностей их равна единице;

Д. если они взаимно исключают друг друга.

5. Суммой, (объединением) нескольких случайных событий называется:

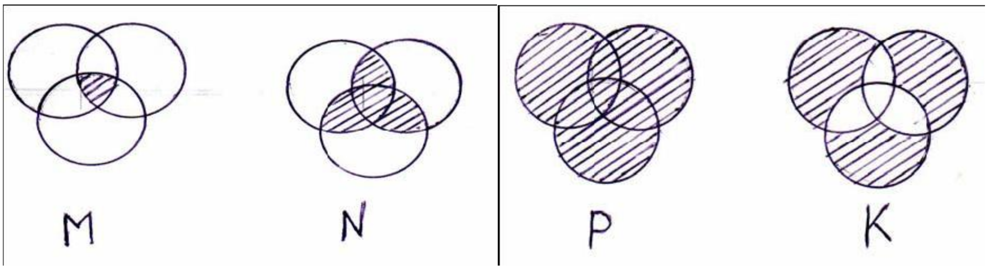
А. событие, состоящее в появлении любого из этих событий;

В. событие, состоящее в появлении всех указанных событий;

С. событие, состоящее в появлении хотя бы одного из этих событий;

Д. событие, состоящее в появлении одного из этих событий.

6. Геометрически произведение (совмещение) нескольких событий изображается:



7. Если случайные события образуют полную группу, то сумма их вероятностей:

А. лежит между 0 и I;

В. близка к I;

С. равна I;

Д. равна 0.

8. Условная вероятность *P(A/B)* это:

А. вероятность наступления по крайней мере одного из событий *A* и *B;*

В. вероятность события *B*, вычисленная в предположении, что событие *A* уже произошло;

C. вероятность события A, вычисленная в предположении, что событие B уже произошло;

Д. Вероятность одновременного наступления события A и B

9. Событие А называется независимым от события В, если:

А. вероятность события В не зависит от того, произошло событие А или нет;

В. вероятность события А не зависит от того, произошло событие В или нет;

С. вероятность события В не зависит от того, произошло событие А•В или нет.

10. Вероятность произведения двух независимых событий равна:

А. произведению вероятностей первого из них на вероятность второго;

В. произведению вероятностей одного из них на вероятность другого, вычисленную при условии, что события независимы;

С. произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную при условии, что первое имело место;

Д. произведению вероятности одного из них на условную вероятность этого события, вычисленную при условии, что второе имело место.

11. Можно ли теорему умножения вероятностей записать в $P(AB) = P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B)$?

А. да;

В. нет;

С. можно только в случае независимости события А от события В.

12. Вероятность суммы двух совместных событий А и В равна:

A $P(A)+P(B)-P(AB)$;

B $P(A)+P(B)-P(A/B)$;

C $P(A)\cdot P(A/B)$;

Д $P(A)+P(B)$;

E $P(A)+P(B)-P(A)\cdot P(B)$.

13. По какой формуле вычисляется вероятность противоположного события А, если известна вероятность Р(А) события А?

A $P(\overline{A})=1+P(A)$;

B $P(\overline{A})=P(A)\cdot P(\overline{A}\cdot A)$;

C $P(\overline{A})=P(A)\cdot P(\overline{A}/A)$;

Д $P(\overline{A})=1-P(A)$.

14. Число размещений A_n^m из *n* элементов по *m* находится по формуле:

A. $A_n^m=\dfrac{n}{m}$;

B. $A_n^m=\dfrac{n!}{(n-m)!}$;

C. $A_n^m=\dfrac{n!}{m!(n-m)!}$;

Д. $A_n^m=\dfrac{n!}{m!}$

15. Сколькими способами можно выбрать три различных краски из имеющихся 5?

A. 3;

B. 5;

C. 20

Д. 10

16. Если n- общее число случаев, m- число случаев благоприятствующих событию А, то вероятностью события А называется число Р(А), вычисляемое по формуле:

А. $P(A)=\frac{n}{m}$;

В. $P(A)=\frac{m}{n}$;

С. $P(A)=n+m$;

Д. $P(A)=n-m$

17. Формула Байеса, которая вычисляет вероятность любой гипотезы *H₁* при условии, что некоторое событие А, связанное с этими гипотезами, произошло, имеет вид:

А $P(H_i/A)=\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P(A/H_i)$;

В $P(H_i/A)=\frac{P(A)\cdot P(H_i/A)}{\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P(A/H_i)}$;

С $P(H_i/A)=\frac{P(H_i)\cdot P(A/H_i)}{\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P(A/H_i)}$;

Д $P(H_i/A)=\frac{P(H_i)\cdot P(H_i/A)}{\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P(A/H_i)}$.

18. Какая из формул является формулой Бернулли?

А. $P(m.n)=C_m^n p^m q^{n-m}$;

В. $P(m.n)=C_m^n p^{n-m} q^m$;

С. $P(m.n)=C_m^n p^n q^{n-m}$;

Д. $P(m.n)=p^m q^{n-m}$.

19. Наивероятнейшее число появлений события в независимых испытаниях- это:

A. самое маленькое из возможных чисел;

B. самое большое из возможных чисел;

C. число, которому соответствует наименьшая вероятность;

Д. число, которому соответствует наибольшая вероятность.

20. Если вероятность наступления события А в каждом испытании равна 0,45, то для нахождения вероятности того, что событие А наступит от 400 до 560 раз в 1000 испытаний, вы воспользуетесь:

A. формулой Бернулли;

B. формулой Пуассона;

C. интегральной теоремой Муавра-Лапласа;

Д. локальной теоремой Муавра-Лапласа.

Тема: Дискретная случайная величина. Закон распределения. Числовые характеристики.

Задачи для решения в аудитории

1. Составить закон распределения вероятностей случайного числа попадания в цель при трёх независимых выстрелах, если вероятность попадания при каждом выстреле постоянна и равна 0,7.

2. Вероятность того, что в течение часа первая линия потребует внимание рабочего равна 0,8, для второй линии эта вероятность равна 0,9. Составить закон распределения числа линий, потребовавших внимания рабочего в течение часа.

3. Электрическая схема содержит пять элементов, один из которых вышел из строя. Чтобы его обнаружить, выбирают наугад один элемент за другим и каждый элемент проверяют до тех пор, пока не попадётся вышедший из строя. Составить ряд распределения числа проверенных элементов.

4. Найти вероятность того, что среди 200 деталей окажется более 3 бракованных, если средний процент брака равен 1 %. Составить ряд распределения числа бракованных деталей.

5. Доля зараженного вредителями зерна в скрытой форме составляет 0,004.Составить закон распределения числа зараженных зерен среди 500 отобранных. Найти вероятность того, что более трёх зерен, среди отобранных, будут зараженными. Найти *М(х), Д(х), σ(х)*.

6. Рабочий у конвейера при сборке механизма устанавливает в него определенную деталь. Эту деталь приходится в некоторых случаях дополнительно обрабатывать (подгонять) и проверять качество подгонки пробной установкой её механизм. Закон распределения количества пробных
установок детали в механизм выражается таблицей:

X	1	2	3	4	5
P	0,38	0,26	0,2	0,14	0,02

Найти М(x), Д(x), $\sigma(x)$.

7. Потери урожая (в %) при уборке сои подчиняются следующему закону

распределения:

X	15	17	20	21	x_5
P	0,1	0,2	0,45	0,2	p_5

Найти неизвестное числовое значение и соответствующую ему вероятность, если М(x)=19,3

8. Случайная величина с одинаковой вероятностью принимает только два противоположных значения $-a$ и a. Найти дисперсию этой величины.

9. При каком значении p>0 для случайной величины X, заданной таблицей

X	10	0
p	p	1- p

математическое ожидание равно среднему квадратическому отклонению.

10. Дискретная случайная величина X имеет только два возможных значения x_1 и x_2, причём $x_2 > x_1$. Найти закон распределения величины X, если $p_1 = 0{,}2$; $M(X) = 2{,}6$; $\sigma(X) = 0{,}24$

11. Известно, что случайная величина принимает значения 0,1,2. Найти вероятность этих значений, если M(x)=1,3 ;. $M(x^2) = 2{,}1$

12. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 4x - \frac{1}{2}y + 5$,если известно, что M($x$)=3 ; M($y$)=7 ; Д($x$)=0,2 ; Д($y$)=0,8.

13. Два стрелка стреляют по своей мишени, делая независимо друг от друга по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,9 , для второго 0,8. Рассматриваются две случайные величины: *X*- число попаданий, первого стрелка; *У*- число попаданий второго стрелка. Построить ряды распределений случайных величин *X*, *У*, и (*X*+*У*). Найти числовые характеристики.

14. Даны распределения случайных величин:

X	-6	8	9	10
P	0,1	0,1	0,6	0,2

У	-8	2
P	0,4	0,6

Найти: 1) математическое ожидание случайной величины (3x-2y) двум способами: а) составив ряд распределения случайной величины (3x-2y);

б) используя свойства математического ожидания, 2) дисперсию случайной величины $(3x\text{-}2y)$;3) построить многоугольник распределения данной величины.

15. При каком значении $a \neq 0$ для случайной величины X, математическое ожидание равно дисперсии?

X	a	0
p	0,95	0,05

16. Вероятность совершить покупку для любого посетителя данного магазина равна 0,7. Найти математическое ожидание и дисперсию возможного числа покупок для 50 посетителей.

17. Вероятность отказа некоторого устройства в каждом испытании равна 0,1. Сколько испытаний произведено, если дисперсия числа отказов равна 1,8.

Теоретический минимум

1. Дать определение дискретной случайной величины и привести примеры.
2. Дать понятие закона распределения, способы задания закона распределения.
3. Определение математического ожидания дискретной случайной величины, основные свойства математического ожидания.
4. Определение дисперсии дискретной случайной величины, основные свойства дисперсии.
5. Упрощенная формула для вычисления дисперсии.
6. Понятие среднего квадратического отклонения.

Домашнее задание

1. На пути движения автомобиля 4 светофора, каждый из которых запрещает или разрешает дальнейшее движение с вероятностью 0,5. Составить закон распределения числа возможных остановок автомобиля.
   Построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики случайной величины.
2. Учебник издан тиражом 10000 экземпляров. Вероятность того, что учебник сброшюрован неправильно, равна 0,0002. Требуется: а) составить закон распределения дискретной случайной величины – количества бракованных учебников в тираже; б) найти вероятность того, что тираж содержит ровно 3 бракованные книги; в) найти числовые характеристики случайной величины.
3. Число комбайнов, потребовавших ремонта в течение смены при уборке зерновых - случайная величина, заданная таблицей:

X	0	1	2	3
P	0,1	0,5	0,3	0,1

   Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.
4. Потребление электроэнергии данным предприятием в течение недели (кВтч) характеризуется, как случайная величина, заданная законом распределения:

X	840	860	880	x_4
P	0,1	0,3	0,5	p_4

   Найти неизвестное числовое значение и соответствующую ему вероятность, если среднее потребление электроэнергии равно 872 кВтч.
5. Случайная величина принимает значения 1,2,3. Определить вероятность этих значений, если математическое ожидание равно 2,2 , а дисперсия 0,36.

Контрольная работа по теме: «Дискретная случайная величина»

Задание № 1

Вариант-1

В хлопке содержится 10% коротких волокон. Случайным образом отобраны 6 волокон. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины X, равной числу коротких волокон в выборке;
2) построить многоугольник распределения;
3) найти вероятность событий: A – в выборке не более двух коротких волокон; B – не более трёх коротких волокон;
4) найти числовые характеристики случайной величины X.

Вариант-2

Доля заражённости зерна вредителями в скрытой форме составляет 0,0025. Для контроля берут выборку из 400 зёрен. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины X, равной числу заражённых зёрен в выборке;
2) построить многоугольник распределения;
3) найти вероятность следующих событий: а) в выборке окажется не более четырёх заражённых зёрен; б) не менее двух, но не более пяти зёрен;
4) найти числовые характеристики случайной величины.

Вариант-3

В некотором водоёме караси составляют 40% от всего количества рыбы.

Рыбак поймал 7 рыбок. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины У – числа пойманных карасей;
2) построить многоугольник распределения;

3) вычислить вероятность того, что среди выловленных рыбаком рыб окажется: а) не более четырёх карасей; б) не менее трёх карасей; в) хотя бы один карась;
4) найти числовые характеристики случайной величины У.

Вариант-4

На пути движения автомобиля 6 светофоров, каждый из них разрешает или запрещает дальнейшее движение с вероятностью 0,5. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины У, равной числу светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки;
2) построить многоугольник распределения;
3) вычислить вероятность событий: а) автомобиль прошёл до первой остановки не более двух светофоров; б) менее пяти светофоров; найти числовые характеристики случайной величины.
4) найти числовые характеристики случайной величины.

Вариант-5

Вероятность того, что изготовленная деталь стандартна 0,98. Для контроля наудачу взято 100 деталей. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины X, равной числу нестандартных деталей в выборке;
2) вычислить вероятность событий: а) автомобиль прошёл до первой остановки не более двух светофоров; б) менее пяти светофоров; найти числовые характеристики случайной величины;
3) построить многоугольник распределения;
4) найти числовые характеристики случайной величины.

Вариант-6

Фирма отправила на базу 500 доброкачественных изделий. Вероятность повреждения каждого изделия в пути равна 0,002. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины У, равной числу повреждённых изделий;
2) построить многоугольник распределения;
3) найти вероятность событий: а) повреждено менее 3 изделий; б) повреждено более двух изделий; в) повреждено хотя бы одно изделие;
4) найти числовые характеристики случайной величины У.

Вариант-7

Установлено, что в среднем на каждую сотню изготовленных приборов 25 штук имеют дефекты. Для проверки случайным образом отобрано 6 приборов. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины Х, равной числу приборов с дефектами;
2) построить многоугольник распределения;
3) найти вероятность того, что из взятых приборов: а) не менее 2, но не более3 приборов имеют дефекты; б) не более 3 приборов имеют дефекты;
4) найти числовые характеристики случайной величины Х.

Вариант-8

Книга издана тиражом 20000 экземпляров. Вероятность того, что в книге имеется дефект равна 0,0001. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины Х, равной числу неправильно сброшюрованных книг в данном тираже;
2) построить многоугольник распределения;
3) найти вероятность событий: А – хотя бы одна книга сброшюрована неверно; В – не более 5 книг имеют дефекты брошюровки;
4) найти числовые характеристики случайной величины Х.

Вариант-9

При установившемся технологическом процессе происходит в среднем 10 обрывов нити на 200 веретён в час. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины X, равной числу обрывов нити на 80 веретёнах в течение часа;
2) построить многоугольник распределения;
3) найти вероятность того, что в течение часа на 80 веретёнах произойдёт: а) от 4 до 6 обрывов нити (включительно); б) менее 3 обрывов нити; в) хотя бы один обрыв нити;
4) найти числовые характеристики случайной величины X.

Вариант-10

60% всех рабочих некоторой фирмы имеют высшее образование. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины X, равной числу рабочих с высшим образованием в бригаде из 7 человек;
2) построить многоугольник распределения;
3) найти вероятность события: а) более 4 человек этой бригады имеют высшее образование; б) менее 5 человек имеют высшее образование; в) хотя бы один член бригады имеет высшее образование;
4) найти числовые характеристики случайной величины X.

Вариант-11

Производится сортировка 1000 штук стеклянных изделий. Вероятность того, что при этом изделие будет разбито, равна 0,004.

1) найти закон распределения случайной величины X, равной числу разбитых деталей;
2) построить многоугольник распределения;
3) найти вероятность того, что будут разбиты: а) менее 6 изделий; б) более 3 изделий; в) хотя бы одно изделие;
4) найти числовые характеристики случайной величины X.

Вариант-12

При установившемся технологическом процессе станок-автомат производит $\frac{2}{3}$ гаечных ключей первого сорта. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины У, равной числу первосортных изделий;
2) построить многоугольник распределения, если на проверку случайным образом отобрано 5 изделий;
3) найти вероятность того, что из отобранных на проверку гаечных ключей: а) не более 4 первосортных; б) не менее 1 и не более 2 первосортных; в) менее 2 первосортных;
4) найти числовые характеристики случайной величины У.

Вариант-13

Вероятность выживания бактерий после радиоактивного облучения 0,004. Облучению подвергаются 500 бактерий. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины Х, равной числу бактерий, выживающих после радиоактивного облучения;
2) построить многоугольник распределения;
3) найти вероятность того, что после облучения останется: а) не менее 3 бактерий; б) не более 4 бактерий;
4) найти числовые характеристики случайной величины Х.

Вариант-14

Всхожесть семян некоторого растения составляет 70%. Наудачу отобрано и высажено 7 зёрен. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины Х, равной числу проросших семян;
2) построить многоугольник распределения;

3) найти вероятность того, что из 7 посаженных семян взойдут: а) не менее 4 семян; б) не более 6; в) хотя бы одно;
4) найти числовые характеристики случайной величины X.

Вариант-15

При выработке некоторой массовой продукции вероятность появления одного нестандартного изделия составляет 0,01. В магазин поступила партия из 150 изделий этой продукции. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины X, равной числу нестандартных изделий из этой партии;
2) построить многоугольник распределения;
3) найти вероятность событий: а) в данной партии не менее 3 и не более 5 изделий - нестандартных; б) менее 3 нестандартных; в) хотя бы одно нестандартное;
4) найти числовые характеристики случайной величины X.

Вариант-16

Вероятность того, что расход воды на некотором предприятии не превысит норму, равна 0,75. Контроль за расходом воды на данном предприятии осуществляется в течение пяти рабочих дней. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины X, равной числу дней в течение которых расход воды будет нормальным;
2) построить многоугольник распределения;
3) найти вероятность того, что расход воды будет нормальным: а) хотя бы один день; б) не более 3 дней; в) не менее двух дней;
4) найти числовые характеристики случайной величины X.

Вариант-17

В машинном парке автоколонны числится 100 машин. Известно, что вероятность выхода из строя двигателя для каждой машины в течение дня, равна 0,03. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины X, равной числу автомашин, у которых неисправны двигатели;
2) построить многоугольник распределения;
3) найти вероятность того, что в определённый день окажутся неисправными моторы: а) не более чем у 3 машин; б) не менее чем у одной, но не более чем у пяти машин; в) хотя бы у одной машины;
4) найти числовые характеристики случайной величины X.

Вариант-18

Доля плодов, заражённых болезнью в скрытой форме, составляет 30%. Случайным образом отбирается 8 плодов. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины X, равной числу заражённых плодов среди отобранных;
2) построить многоугольник распределения;
3) найти вероятность событий: а) A – в выборке не менее одного заражённого плода; б) B – не более 6 заражённых плодов; в) от двух до шести (включительно) заражённых плодов;
4) найти числовые характеристики случайной величины X.

Вариант-19

Вероятность того, что изготовленная деталь нестандартна 0,05. Для контроля наудачу взято 100 деталей. Требуется:

1) найти закон распределения случайной величины X, равной числу нестандартных деталей в выборке;
2) вычислить вероятность событий: а) автомобиль прошёл до первой остановки не более двух светофоров; б) менее пяти светофоров;

3)построить многоугольник распределения;

4)найти числовые характеристики случайной величины.

Вариант-20

Установлено, что в среднем на каждую сотню изготовленных приборов 15 штук имеют дефекты. Для проверки случайным образом отобрано 7 приборов. Требуется:

1)найти закон распределения случайной величины X, равной числу приборов с дефектами;

2)построить многоугольник распределения;

3)найти вероятность того, что из взятых приборов: а) не менее 2, но не более 5 приборов имеют дефекты; б) более 3 приборов имеют дефекты;

4)найти числовые характеристики случайной величины X.

Задание №2

Даны распределения случайных величин X и У. Найти:

1) математическое ожидание величины Z двумя способами:

а) используя свойства;

б) составив ряд распределения случайной величины Z.

2) дисперсию случайной величины Z.

3) построить многоугольник распределения случайной величины Z.

Вариант-1

x	-5	2	3	4
p	0,4	0,3	0,1	0,2

y	1	4
p	0,2	0,8

Z=2x-7y

Вариант-2

x	-4	-2	-1	3
p	0,1	0,3	0,2	0,4

y	-3	-1
p	0,4	0,6

Z=3x-4y

Вариант-3

x	-4	-1	3	8
p	0,1	0,6	0,2	0,1

y	1	4
p	0,4	0,6

Z=3x+2y

Вариант-4

X	-8	-6	-1	5
P	0,5	0,1	0,2	0,2

y	3	7
p	0,2	0,8

$Z=2x-4y$

Вариант-5

x	-8	-6	-1	3
p	0,1	0,3	0,2	0,4

y	2	8
p	0,3	0,7

$Z=3x+\frac{1}{2}y$

Вариант-6

x	-2	-1	3	8
p	0,1	0,5	0,2	0,2

y	1	5
p	0,7	0,3

$Z=2x+5y$

Вариант-7

x	-2	1	3	8
p	0,1	0,1	0,3	0,5

y	7	10
p	0,1	0,9

$Z=4x+3y$

Вариант-8

x	-3	0	2	7
p	0,1	0,6	0,2	0,1

y	3	4
p	0,2	0,8

$Z=4x-3y$

Вариант-9

x	-5	1	2	4
p	0,2	0,3	0,1	0,4

y	2	3
p	0,4	0,6

$Z=5x+4y$

Вариант-10

x	-3	2	4	6
p	0,3	0,2	0,2	0,3

y	3	7
p	0,9	0,1

$Z=3x-6y$

Вариант-11

x	-5	-2	3	7
p	0,1	0,3	0,2	0,4

y	1	5
p	0,2	0,8

$Z=2x-7y$

Вариант-12

x	-3	-1	0	2
p	0,3	0,2	0,2	0,3

y	-3	2
p	0,5	0,5

$Z=2x+3y$

Вариант-13

x	-6	8	9	10	y	-8	2		$Z=3x-2y$
p	0,1	0,1	0,6	0,2	p	0,4	0,6		

Вариант-14

x	-2	-1	0	3	y	-3	2		$Z=x+3y$
p	0,2	0,5	0,1	0,2	p	0,3	0,7		

Вариант-15

x	-5	-4	-2	3	y	-8	-1		$Z=x+2y$
p	0,1	0,5	0,2	0,2	p	0,7	0,3		

Вариант-16

x	-6	-3	2	1	y	-2	8		$Z=4x+\frac{1}{2}y$
p	0,3	0,3	0,2	0,2	p	0,2	0,8		

Вариант-17

x	-2	0	1	4	y	1	3		$Z=5x+2y$
p	0,5	0,1	0,2	0,2	p	0,2	0,8		

Вариант-18*

x	-7	-5	-2	3	y	-3	4		$Z = 3x - y^2$
p	0,4	0,4	0,1	0,1	p	0,1	0,9		

Вариант-19*

x	-1	2	4	8	y	-2	1		$Z = 2x + y^2$
p	0,2	0,5	0,1	0,2	p	0,8	0,2		

Вариант-20*

x	-7	0	2	6	y	-3	2		$Z = 4x + y^2$
p	0,5	0.1	0,3	0,1	p	0,3	0,7		

Примеры решения типовых задач

Задача 1.

В одной из групп 30% студентов занимается на хорошо и отлично. Взято наудачу 4 студента. Требуется:

1.Найти закон распределения дискретной случайной величины X, равной числу студентов, которые учатся на хорошо и отлично.

2.Найти вероятности событий: $1 \le x \le 3$, $x > 3$.

3.Построить многоугольник распределения.

4.Найти числовые характеристики.

Решение.

1. Возможные значения случайной величины X равной числу студентов, которые учатся на хорошо и отлично: 1; 2; 3; 4.

Соответствующие вероятности отдельных значений вычисляем по формуле Бернулли:

$$P_n(m) = \frac{n!}{m!(n-m)!} P^m \cdot q^{n-m}; \text{ где } p = 0{,}3, \quad p = 1 - p = 0{,}7, \quad a \ n = 4;$$

$$P(x=0) = P_4(0) = q^4 = 0{,}7^4 = (0{,}49)^2 = 0{,}204;$$

$$P(x=1) = P_4(1) = \frac{4!}{1!\cdot 3!} \cdot 0{,}3 \cdot (0{,}7)^3 = 4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}49 = 0{,}84 \cdot 0{,}49 = 0{,}4116;$$

$$P(x=2) = P_4(2) = \frac{4!}{2!\cdot 2!}(0{,}3)^2(0{,}7)^2 = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}{1\cdot 2\cdot 1\cdot 2}\cdot 0{,}09 \cdot 0{,}49 = 6 \cdot 0{,}09 \cdot 0{,}49 = 0{,}2646;$$

$$P(x=3) = P_4(3) = \frac{4!}{3!\cdot 1!}(0{,}3)^3 \cdot 0{,}7 = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 1} 0{,}027 \cdot 0{,}7 = 2{,}8 \cdot 0{,}027 = 0{,}0756;$$

$$P(x=4) = P_4(4) = \frac{4!}{4!\cdot 0!}(0{,}3)^4 \cdot (0{,}7)^0 = 1 \cdot 0{,}0081 = 0{,}0081.$$

Так как число значений случайной величины X конечно и невелико, то закон распределения дискретной случайной величины запишем в виде таблицы:

X	0	1	2	3	4
P	0,2401	0,4116	0,2646	0,0756	0,0081

Проверка: $P = 0{,}2401 + 0{,}4116 + 0{,}2646 + 0{,}0756 + 0{,}0081 = 1$.

Полученный ряд распределения называется биномиальным, так как формула Бернулли является общим членом бинома Ньютона

$$(p+q)^n = p^n + C_n^1 p^{n-1} \cdot q + C_n^2 \cdot p^{n-2} \cdot q^2 + \ldots + C_n^{n-1} \cdot p \cdot q^{n-1} + q^n.$$

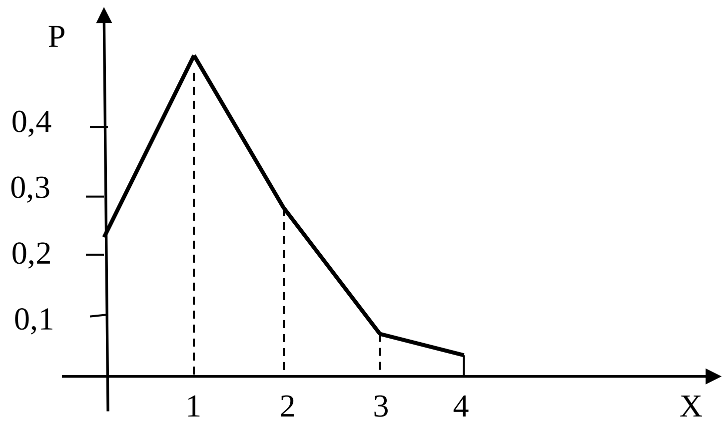
2. Вероятность события, что случайная величина X – число студентов, которые учатся на хорошо и отлично примет значение большее или равное 1 и меньшее или равное 3, т.е. равна

$P(1 \le x \le 3) P(x = 1 \text{ или } x = 2 \text{ или } x = 3) = P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) = 0{,}4116 + 0{,}2646 + 0{,}0756 = 0{,}7518.$

Вероятности отдельных значений случайной величины X берём из таблицы закона распределения. Вероятность события, что случайная величина X примет значение большее 3, т.е. $x > 3$ равна

$$P(x > 3) = P(x = 4) = 0{,}0081.$$

3. Для построения многоугольника или полигона распределения в прямоугольной системе координат по горизонтальной оси откладываем значения случайной величины, а по вертикальной оси значения вероятности. По осям берём разный масштаб. По оси вероятностей на 1 ед. масштаба берём 0,1 вероятности, по оси значений случайной величины за единицу масштаба берём единицу значения случайной величины. Точки $A_1(0;0{,}24)$, $A_2(1;0{,}41)$, $A_3\ (2;0{,}265)$, $A_4(3;0{,}08)$, $A_5(4;0{,}01)$ соединяем прямыми линиями. Полученная ломаная линия является многоугольником или полигоном распределения вероятностей.



4. Находим числовые характеристики: математическое ожидание $M(x)$, дисперсию $Д(x)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sqrt{Д(x)}$. Так как имеем биномиальный закон распределения, то числовые характеристики вычисляем по формулам:

$$M(x) = M_n(m) = np; \quad Д(x) = npq; \quad \sigma(x) = \sigma_n(m) = \sqrt{Д(x)} = \sqrt{npq}\ .$$

Отсюда

$$M(x) = 4 \cdot 0{,}3 = 1{,}2; \quad Д(x) = 1{,}2 \cdot 0{,}7 = 8{,}4; \quad \sigma(x) = \sqrt{8{,}4} = 0{,}9165 \approx 0{,}92\,.$$

Задача 2.

Семена содержат 0,1% сорняков. Случайно было отобрано 200 семян. Найти: 1) закон распределения случайной величины У равной числу сорняков среди 200 семян; 2) вероятности следующих событий: А – сорняков оказалось менее3; В – сорняков более 2; 3) построить многоугольник распределения; 4) найти числовые характеристики.

Решение.

1. Возможные значения У: 0, 1, 2, 3, …, 200, так как n = 200, а p = 0, 0001 – мало, то вероятности отдельных значений вычисляются по формуле Пуассона

$$P_n(m) \approx \frac{\lambda^m}{m!} \cdot e^{-\lambda}, \text{ где } \lambda = np, \text{ а } m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ 200.$$

В нашем случае $\lambda = 200 \cdot 0{,}001 = 0{,}2$

$$P(У=0) = P_{200}(0) \approx \frac{0{,}2^0}{0!} \cdot e^{-0,2} = \frac{1}{1} \cdot e^{-0,2} = e^{-0,2};$$

$$P(У=1) = P_{200}(1) \approx \frac{0{,}2}{1!} \cdot e^{-0,2} = 0{,}2 \cdot e^{-0,2};$$

$$P(У=2) = P_{200}(2) \approx \frac{0{,}2^2}{2!} \cdot e^{-0,2} = \frac{0{,}04}{1 \cdot 2} \cdot e^{-0,2} = 0{,}02 \cdot e^{-0,2};$$

$$P(У=3) = P_{200}(3) \approx \frac{0{,}2^3}{3!} \cdot e^{-0,2} = \frac{0{,}08}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot e^{-0,2} = \frac{0{,}004}{3} e^{-0,2};$$

. . . .

$$P(У=200) = P_{200}(200) \approx \frac{0{,}2^{200}}{200!} \cdot e^{-0,2}.$$

Закон распределения случайной величины У запишем в виде таблицы, т.е. ряда распределения.

У	0	1	2	3	…	200
Р	$e^{-0,2}$	$0,2e^{-0,2}$	$0,02e^{-0,2}$	$\frac{0,004}{3}e^{-0,2}$	…	$\frac{0,2^{200}}{200!}e^{-0,2}$

Значения вероятностей берутся из таблицы значений функции распределения Пуассона

У	0	1	2	3	…	200
Р	0,8187	0,1637	0,0164	0,0011	…	0,0000

Проверка:

$$\Sigma P_i \approx e^{-0,2} + 0,2e^{-0,2} + \frac{0,2^2}{2!}e^{-0,2} + \frac{0,2^3}{3!}e^{-0,2} + ... + \frac{0,2^{200}}{200!}e^{-0,2} =$$

$$e^{-0,2}\left(1 + 0,2 + \frac{0,2^2}{2!.} + \frac{0,2^3}{3!} + ... + \frac{0,2^{200}}{200!}\right)$$

Из теории рядов имеем, что

$$e^{\lambda} = 1 + \frac{\lambda}{1!} + \frac{\lambda^2}{2!} + ... + \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} + ... \ .$$

Следовательно

$$1 + 0,2 + \frac{0,2^2}{2!} + \frac{0,2^3}{3!} + ... + \frac{0,2^{200}}{200!} \approx e^{0,2},$$

тогда $\Sigma p_i \approx e^{-0,2} \cdot e^{0,2} = e^0 = 1$, значит, закон составлен правильно.

1. Используя ряд распределения, находим вероятности событий А и В.

$$P(A) = P(Y < 3) = P(Y = 0 \ \textit{или} \ Y = 1 \ \textit{или} \ У = 2) = З(У = 0) + P(У = 1) + P(У = 2) =$$
$$= 0,8187 + 0,1637 + 0,0164 = 0,9982.$$

Вероятность события В состоящее в том, что сорняков будет более 2, т.е. У > 2, можно найти используя противоположное событие, что У примет значение меньшее или равное 2, т.е. У ≤ 2, причём это событие равно событию, что У примет значение меньшее 3, тогда

$$P(B) = P(У > 2) = 1 - P(У \le 2) = 1 - P(У > 3)$$

$$P(B)1 - 0,9988 = 0,12 .$$

3. Для построения многоугольника распределения: по вертикальной оси откладываем вероятности в масштабе 1:0,2.

Точки $A_1(0;0{,}82)$, $A_2(1;0{,}16)$, $A_3(2;0{,}02)$, $A_4(3;0{,}001)$ и т.д., соединяем прямыми линиями.

4. Для нахождения числовых характеристик воспользуемся выведенными формулами для распределения Пуассона

$$M(У) = \lambda = np; \ \ Д(У) = \lambda = np, \ \ \sigma(У) = \sqrt{np}.$$

В нашем примере n = 200, p = 0,001, поэтому $\lambda = 200 \cdot 0{,}001 = 2$.

Таким образом, $M(У) = 2$, $Д(У) = 2$, $\sigma(У) = \sqrt{2} = 1{,}41$.

<u>Задача 3.</u>

Даны распределения случайных величин X и У.

Найти: 1) математическое ожидание величины Z=2x-y двумя способами: а) используя свойства; б) составив ряд распределения случайной величины Z; 2) дисперсию случайной величины Z; 3) построить многоугольник распределения случайной величины Z.

Указать на графике M(Z) ,σ(Z)

x	*-2*	*0*	*2*	*3*
P	*0,3*	*0,3*	*0,2*	*0,2*

y	*-1*	*2*
P	*0,1*	*0,9*

<u>Решение.</u>

1. Найдем математическое ожидание и дисперсию случайной величины Z= *2x-y* двумя способами:

<u>1 способ.</u>

Составим ряд распределения для случайной величины Z =*2x-y*, где по правилу сложения законов распределений, значения случайной величины будут равны всем комбинациям вида $2x_i - y_j$, а соответствующие вероятности равны произведениям вида $p_i \cdot q_j$.

Z= 2X-Y	-3	-6	1	-2	5	2	7	4
P	0,03	0,27	0,03	0,27	0,02	0,18	0,02	0,18

Сделаем проверку**:**

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 0{,}03 + 0{,}27 + 0{,}03 + 0{,}27 + 0{,}02 + 0{,}18 + 0{,}02 + 0{,}18 = 1$$

Для этой случайной величины найдем числовые характеристики:

1) Математическое ожидание:

$$M(z) = \sum_{i=1}^{n} z_i p_i = -3 \cdot 0{,}03 - 6 \cdot 0{,}27 + 1 \cdot 0{,}03 - 2 \cdot 0{,}27 + 5 \cdot 0{,}02 + 2 \cdot 0{,}18 + 7 \cdot 0{,}02 + 4 \cdot 0{,}18 = -0{,}9$$

2) Дисперсию: $D(z) = M(z^2) - M^2(z)$, для этого составим закон распределения $M(z^2)$:

Z^2	9	36	1	4	25	4	49	16
P	0,03	0,27	0,03	0,27	0,02	0,18	0,02	0,18

$$M(z^2) = 9 \cdot 0{,}03 + 36 \cdot 0{,}27 + 1 \cdot 0{,}03 + 4 \cdot 0{,}27 + 25 \cdot 0{,}02 + 16 \cdot 0{,}18 + 49 \cdot 0{,}02 + 16 \cdot 0{,}18 = 16{,}18$$

$$D(z) = M(z^2) - M^2(z) = 16{,}18 - (-0{,}9)^2 = 15{,}37$$

3) Среднее квадратичное отклонение: $\sigma(z) = \sqrt{D(z)} = \sqrt{15{,}37} \approx 3{,}92$.

<u>2 способ</u>

Для применения второго способа, вычислим числовые характеристики случайных величин X и Y.

x	*-2*	*0*	*2*	*3*
P	*0,3*	*0,3*	*0,2*	*0,2*

y	*-1*	*2*
P	*0,1*	*0,9*

M(x) = -0,6+0,4+0,6=0,4 ; D(x) = 3,8-0,16=3,64

M(y) = -0,1+1,8=1,7;   D(y) = 3,7-2,89=0,81.

Применяем свойства математического ожидания и дисперсии:

1.Вынесение общего множителя: M(CX)=C M(X) ; D(CX) = C^2D(X);

2.Сумма: M(X+Y) = M(X) + M(Y);   D(X+Y) = D(X) + D(Y);

3.Разность: M(X – Y) = M(X) – M(Y);   D(X – Y) = D(X) + D(Y).

В результате получим: M(Z) = M(2X – Y) =2M(X) – M(Y) = $2 \cdot 0,4 - 1,7 = -0,9$

D(Z) =D(2X–Y)=2^2D(X) + D(Y) = $4 \cdot 3,64 + 0,81 = 15,37$

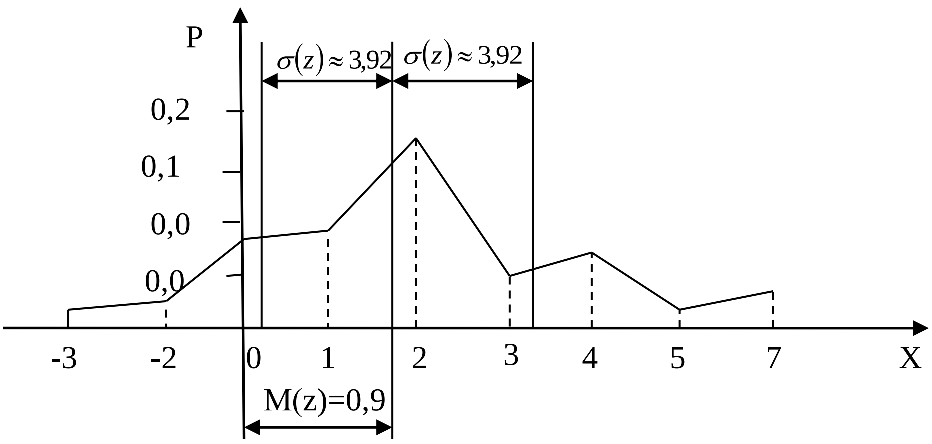
Результаты вычислений двумя способами совпадают.

2)Построим многоугольник распределения случайной величины *Z, у*кажем на графике *M(*Z*),σ(*Z*).*

Запишем полученное распределение случайной величины ***Z***.

Z= 2x-y	-6	-3	-2	1	2	4	5	7
P	0,27	0,03	0,27	0,03	0,18	0,18	0,02	0,02

Делаем чертёж. По оси абсцисс откладываем в выбранном масштабе значение случайной величины, по оси ординат – соответствующие вероятности. Масштаб по осям откладываем разный. Строим точки с координатами $M_i(x_i; y_i)$.Полученные точки соединяем прямыми линиями. Получаем многоугольник распределения вероятностей заданный случайной величины.



Тема: Непрерывная случайная величина.

Задачи для решения в аудитории

1. Случайная величина X задана таблицей

X	-2	-1	0	3	6
p	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Составить интегральную функцию распределения случайной величины и построить её график.

2. Задана интегральная функция распределения дискретной случайной величины X:

$$F(x)=\begin{cases} 0\ , & при \quad x \le 2 \\ 0{,}1 \ , & при \quad 2 < x \le 3 \\ 0{,}7 \ , & при \quad 3 < x \le 5 \\ 1\ , & при \quad x > 5 \end{cases}$$

Составить таблицу распределения числовых значений этой случайной величины.

3. Случайная величина X задана интегральной функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0\ , & при \quad x \le 1 \\ \frac{x}{4}-\frac{1}{4} \ , & при \quad 1 \le x \le 5 \\ 1\ , & при \quad x \ge 5 \end{cases}$$

Найти :1) дифференциальную функцию $f(x)$; 2) математическое ожидание и дисперсию : M(x),D(x)

3) вероятность того, что X примет значение из интервала (4;6),т.е .P(4<x<6);

4) построить графики интегральной и дифференциальной функций.

4. Случайная величина X задана интегральной функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0\ , & при \quad x < 0 \\ \frac{x^2}{6}, & при \quad 0 \le x < 2 \\ \frac{x^2}{3}+2x-2 \ , & при \quad 2 \le x < 3 \\ 1\ , & при \quad x \ge 3 \end{cases}$$

Требуется:1) построить график $F(x)$; 2) найти плотность распределения $f(x)$ и построить график; 3) найти P(1<x<2); 4) найти M(x),D(x), $\sigma(x)$

5. Случайная величина X задана плотностью распределения

$$f(x)=\begin{cases}0\ , & при \quad x\le 0\\ \dfrac{1}{18}x, & при \quad 0\le x\le 6\\ 0\ , & при \quad x\ge 6\end{cases}$$

Найти :1) интегральную функцию распределения $F(x)$; 2) числовые характеристики $M(x)$, D(x),$\sigma(x)$; 3) P(3<x<5) ; 4) построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

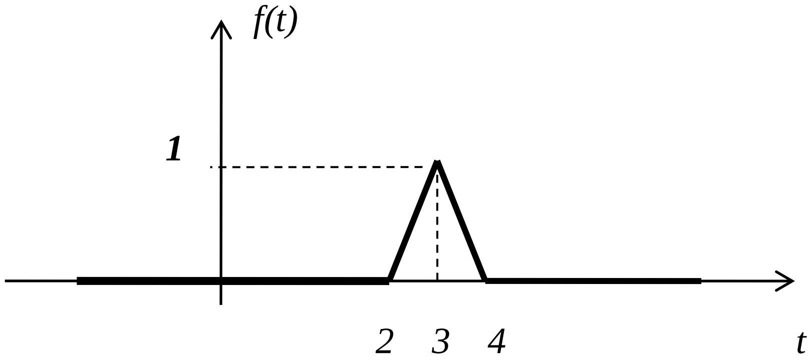
6.Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\dfrac{1}{\pi\sqrt{c^2-x^2}}$ в интервале $(-c;c)$; вне этого интервала $f(x)=0$. Найти математическое ожидание величины X .

7. Случайная величина X задана плотностью распределения:

$$f(x)=\begin{cases}0\ , & при \quad x<-3\\ a(x+3), & при \quad -3\le x\le 1\\ 0\ , & при \quad x>1\end{cases}$$

Найти: 1) параметр $\boldsymbol{a}$; 2) математическое ожидание и дисперсию X; 3) вероятность того, что X примет значение из интервала(-5;0); 4) интегральную функцию распределения $F(x)$

8.Время инерционного вращения механизма является случайной величиной с плотностью вероятности, имеющей график



Найти: 1) функцию плотности вероятности; 2) интегральную функцию распределения; 3) вероятность того, что время инерционного вращения заключено в интервале $(3 \le t \le 4)$; 4) среднее время инерционного вращения механизма.

Теоретический минимум

1. Дать определение непрерывной случайной величины, привести примеры.
2. Определение и основные свойства интегральной функции распределения случайной величины.
3. Вид графика интегральной функции для непрерывной и дискретной случайной величины.
4. Определение и основные свойства дифференциальной функции распределения.
5. Может ли при каком-либо значении аргумента быть:
   а) интегральная функция распределения больше единицы?
   б) плотность распределения больше единицы?
6. Формулы для вычисления числовых характеристик непрерывной случайной величины.

Задание на дом

1.Случайная величина X задана таблицей распределения

X	10	11	15	17	20
p	0,05	0,25	0,4	0,2	0,1

Найти интегральную функцию распределения случайной величины X и построить её график.

2.Функция распределения вероятности случайной величины имеет вид

$$F(x)=\begin{cases}0\ , & при \quad x\le 0\\ \dfrac{x^{2}}{25}\ , & при \quad 0\le x\le 5\\ 1\ , & при \quad x\ge 5\end{cases}$$

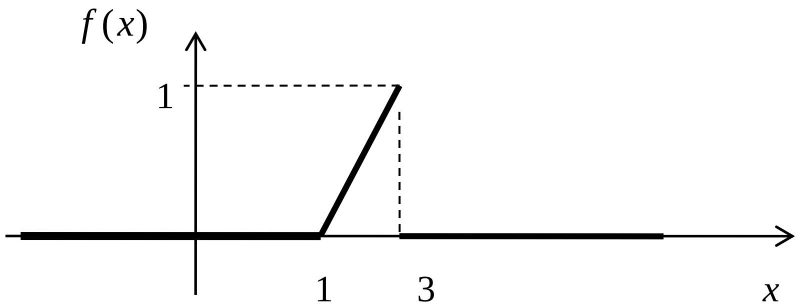
Найти вероятность того, что случайная величина окажется в интервале(3;6).

3.Задана интегральная функция распределения случайной величины

$$F(x)=\begin{cases}0\ , & при \quad x\le 0\\ x^{2}, & при \quad 0\le x\le 1\\ 1\ , & при \quad x\ge 1\end{cases}$$

Найти: 1) дифференциальную функцию *f(x)*;2) вероятность того, что X попадет в интервал (0;3); 3) числовые характеристики.

4.По графику дифференциальной функции распределения найти аналитическое выражение $f(x)$ и числовые характеристики.



Контрольная работа по теме «Непрерывная случайная величина»

Вариант 1-10

Непрерывная случайная величина *X* задана функцией распределения *F(x*). Найти: 1) плотность распределения *f(x);*2) математическое ожидание; 3)дисперсию и среднее квадратичное отклонение; 4) вероятность попадания случайной величины в данный интервал $(\alpha;\beta)$; 5) построить графики функции распределите *F*(*x*) и плотности распределения *f*(*x*).

1. $F(x)=\begin{cases} 0 \;\; при \;\; x\le -1 \\ \frac{1}{3}(x+1) \;\; при \;\; -1<x\le 2 \\ 1 \;\; при \;\; x>2 \end{cases}$ $(0;2)$	2. $F(x)=\begin{cases} 0 \;\; при \;\; x<4 \\ x-4 \;\; при \;\; 4\le x<5 \\ 1 \;\; при \;\; x\ge 5 \end{cases}$ $(2;4)$
3. $F(x)=\begin{cases} 0 \;\; при \;\; x<6 \\ x-6 \;\; при \;\; 6\le x<7 \\ 1 \;\; при \;\; x\ge 7 \end{cases}$ $(2;6)$	4. $F(x)=\begin{cases} 0 \;\; при \;\; x<0 \\ {}^{1}\!/_{4}\,x \;\; при \;\; 0\le x<4 \\ 1 \;\; при \;\; x\ge 4 \end{cases}$ $(3;5)$
5. $F(x)=\begin{cases} 0 \;\; при \;\; x\le 0 \\ 0{,}2x \;\; при \;\; 0<x\le 5 \\ 1 \;\; при \;\; x>5 \end{cases}$ $(1;5)$	6. $F(x)=\begin{cases} 0 \;\; при \;\; x<2 \\ (x-2)^2 \;\; при \;\; 2\le x<3 \\ 1 \;\; при \;\; x\ge 3 \end{cases}$ $(1;2)$
7. $F(x)=\begin{cases} 0 \;\; при \;\; x\le 0 \\ {}^{x^2}\!/_{25} \;\; при \;\; 0<x\le 5 \\ 1 \;\; при \;\; x>5 \end{cases}$ $(4;7)$	8. $F(x)=\begin{cases} 0 \;\; при \;\; x\le 0 \\ {}^{x^2}\!/_{36} \;\; при \;\; 0<x\le 6 \\ 1 \;\; при \;\; x>6 \end{cases}$ $(-3;3)$
9. $F(x)=\begin{cases} 0 \;\; при \;\; x\le 0 \\ {}^{x^2}\!/_{81} \;\; при \;\; 0<x\le 9 \\ 1 \;\; при \;\; x>9 \end{cases}$ $(4;10)$	10. $F(x)=\begin{cases} 0 \;\; при \;\; x\le 0 \\ {}^{x^2}\!/_{9} \;\; при \;\; 0<x\le 3 \\ 1 \;\; при \;\; x>3 \end{cases}$ $(2;4)$

Вариант 11-20

Непрерывная случайная величина *X* задана плотностью распределения *f*(*x*). Найти.: 1) математическое ожидание; 2) дисперсию и среднее квадратичное отклонение; 3) интегральную функцию распределения *F*(*x*)*;* 4) вероятность попадания случайной величины в данный интервал $(\alpha;\beta)$; 5) построить графики функции распределите *F*(*x*) и плотности распределения *f*(*x*).

11. $f(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0; \\ {}^{1}\!/_{18}\,x, & 0<x\le 6; \\ 0, & x>6. \end{cases}$ $(1;4)$	12. $f(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0; \\ {}^{1}\!/_{3}\,x, & 0<x\le 3; \\ 0, & x>3. \end{cases}$ $(-1;4)$

13. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ \frac{1}{4}x, & 0<x\le 4;\\ 0, & x>4.\end{cases}$ (0;3)	14. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ \frac{1}{32}x, & 0<x\le 8;\\ 0, & x>8.\end{cases}$ $(-1;4)$
15. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ \frac{2}{9}x, & 0<x\le 3;\\ 0, & x>3.\end{cases}$ (1;4)	16. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ \frac{1}{2}x, & 0<x\le 2;\\ 0, & x>2.\end{cases}$ (-1;3)
17. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 2;\\ 2x-4, & 2<x\le 3;\\ 0, & x>3.\end{cases}$ (0;3)	18. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 2;\\ \frac{1}{2}x-1, & 2<x\le 4;\\ 0, & x>4.\end{cases}$ (2;6)
19*. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ \cos x, & 0<x\le \frac{\pi}{2};\\ 0, & x>\frac{\pi}{2}.\end{cases}$ $(0;\pi)$	20*. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le \pi;\\ \sin x, & \pi<x\le \frac{3\pi}{2};\\ 0, & x>\frac{3\pi}{2}.\end{cases}$ $(\pi;2\pi)$

Решение типового примера

Случайная величина X задана интегральной функцией распределения *F(x).* Найти:

1) дифференциальную функцию распределения *f(x);*

2) математическое ожидание *M(X);*

3) дисперсию *D(X);*

4) вероятность попадания случайной величины *X* в интервал *(2;-5);*

5) постройте графики функций *F(x)* и *f(x).*

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<1\\ \frac{1}{8}x^2-\frac{1}{8} & ,1\le x\le 3\\ 1 & ,x<3\end{cases}$$

Решение.

1) Найдем дифференциальную функцию, плотность распределения f(x) по определению: $f(x)=F'(x)$

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<1;\\ \frac{1}{4}x, & 1\le x\le 3;\\ 0, & x>3.\end{cases}$$

2) Математическое ожидание непрерывной случайной величины находим по формуле: $M(X)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} x\cdot f(x)dx$

$$M(X)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} x\cdot f(x)dx=\int\limits_{-\infty}^{1} x\cdot 0dx+\int\limits_{1}^{3} x\cdot\frac{1}{4}xdx+\int\limits_{3}^{+\infty} x\cdot 0dx=\frac{1}{4}\int\limits_{1}^{3} x^2dx=\frac{1}{4}\cdot\frac{x^3}{3}\Bigg|_1^3=\frac{1}{12}[27-1]=\frac{26}{12}=\frac{13}{6}$$

$\underline{M(X)=2{,}167}$

3) Дисперсию найдем по формуле: $D(X)=M(X^2)-[M(X)]^2$

$$M(X^2)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} x^2-f(x)dx=\int\limits_{-\infty}^{1} x^2\cdot 0dx-\int\limits_{1}^{3} x^2\cdot\frac{1}{4}xdx+\int\limits_{3}^{\infty} x^2dx=\frac{1}{4}\left[\frac{x^4}{4}\right]_1^3=\frac{1}{16}[81-1]=5$$

$D(X)=5-\frac{169}{36}=0{,}306$ $\qquad\qquad$ $\underline{D(X)=0{,}306}$

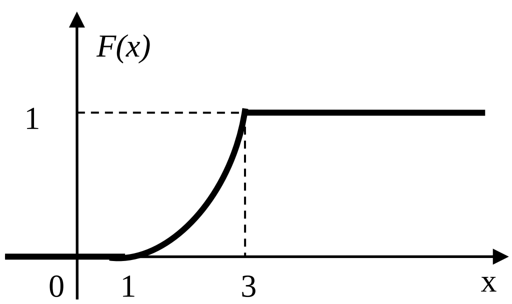
4) Вероятность попадания в интервал $(\alpha;\beta)$ находим по

формуле $P(\alpha<X<\beta)=F(\beta)-F(\alpha)$

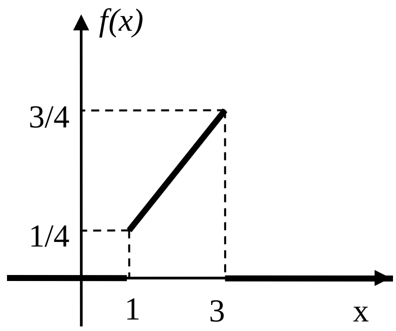
$$P(2<X<5)=F(5)-F(2)=1-\frac{1}{8}(4-1)=1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}=0{,}625.$$

5)Строим график функции *F(x),* при этом учитываем, что $0\le F(x)\le 1$ и на отрезке $[1;3]$ графиком является парабола $y=\frac{1}{8}(x^2-1)$

График плотности *f(x)* при $x<1\, u\, x>3$ совпадает с осью OX, на отрезке $[1;3]$ с прямой $y=\frac{1}{4}x$



Тема: Законы распределения



непрерывной случайной величины.

Задачи для решения в аудитории

1.Плотность вероятности случайной величины X имеет вид: $f(x)=\frac{1}{5\sqrt{2\pi}}\cdot\ell^{-\frac{2(x-3)^2}{50}}$ –

Найти математическое ожидание и дисперсию.

2. Составьте дифференциальную функцию для нормально распределенной случайной величины, если М(х)=5; σ(х)=0,5. Постройте график этой функции.

3.Высота стебля кукурузы является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Математическое ожидание равно 180 см, среднее квадратическое отклонение 12 см. Определить вероятность того, что выбранный наудачу стебель будет иметь высоту от 185 до 192.

4. Случайная величина X распределена нормально X~N(6;2). Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение, заключенное в интервале (4;8).

5. Нормально распределенная случайная величина X имеет дисперсию, равную 0,25. Найти вероятность того, что значения этой случайной величины отклоняется от её математического ожидания по абсолютной величине на величину, большую 0,3.

6. Вероятность того, что нормально распределенная случайная величина отклоняется от своего математического ожидания по абсолютной величине меньше , чем на 0,8 , равна 0,8904. Найти среднее квадратическое отклонение случайной величины.

7. Автомат штампует детали. Контролируется длина детали , которая распределена нормально с математическим ожиданием 50 мм. Фактически длина изготовленных деталей не менее 32 мм и не более 68 мм. Найти вероятность того, что длина наудачу взятой детали : а) более 55 мм;
б) менее 40 мм.

8. Вес зерна злака – нормально распределенная случайная величина X~$N(100;1)$. Найти доверительный интервал, в котором с вероятностью 0,9545 будет заключен вес зерна.

9. Масса вылавливаемой в пруду одной рыбы подчинена нормальному закону с математическим ожиданием , равным 400 г, и средним квадратическим отклонением 60 г. Отлову подлежит рыба масса которой более 200г. Определить: 1) процент отлавливаемой рыбы; 2) величину, которую не превзойдет масса одной пойманной рыбы с вероятностью 0,98.

10. Некто ожидает телефонный звонок между 19.00 и 20.00. Время ожидания звонка есть непрерывная случайная величина X, имеющая равномерное распределение на отрезке [19,20]. Найти вероятность того, что звонок поступит в промежутке от 19 часов 22 минут до 19 часов 46 минут.

11. Найти математическое ожидание и дисперсию произведения двух независимых непрерывных случайных величин X и $У$ с равномерными законами распределения: X~$R[0;1]$, У~$R[1;3]$.

12. Про случайную величину X известно, что X~$R[4;7]$. Найти : а) $f(x)$

б) математическое ожидание и средне квадратическое отклонение;

в) вероятность попадания случайной величины в интервал [6:6,81]

Теоретический минимум

1. Определение нормального распределения непрерывной случайной величины. Вероятностный смысл параметров нормального распределения.
2. Кривая нормального распределения, влияние на её форму параметров a, σ.
3. Формула вероятности попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал.
4. Формула вероятности отклонения случайной величины от математического ожидания.

5. Сформулировать правило трех сигм и пояснить его суть.
6. Сформулировать равномерный закон распределения. Записать дифференциальную и интегральную функции.
7. Записать формулы для вычисления числовых характеристик равномерно распределенной случайной величины.
8. Сформулировать показательный закон распределения, числовые характеристики.

Домашнее задание.

1.Вес одного зерна сои – случайная величина, распределенная по нормальному закону. Математическое ожидание равно 10 г, среднее квадратическое отклонение равно 0,1г. Составить дифференциальную функцию распределения и построить её.

2.Про случайную величину X известно, что $X \sim N(3;0{,}5)$. Найти вероятность того, что её значения будут отклоняться от a по абсолютной величине меньше, чем на 1,3.

3.Процент содержания примесей в партии муки является нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием, равным 16% и средним квадратическим отклонением , равным 4%. Определить вероятность того, что в наудачу взятой пробе примесей будет от 12% до 24%.

4.Длина изготовляемой автоматом детали представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону с параметрами
a=15 см и σ=0,2 см. Определить какую точность длины изготовляемой автоматом детали можно гарантировать с вероятностью 0,97.

5. Случайная величина X, распределенная равномерно, имеет следующие числовые характеристики M(x)=2; D(x)=3. Найти $F(x)$

Типовой расчёт по теме:

«Законы распределения непрерывной случайной величины»

Задание №1

Вариант- 1.

Жирность молока коров в колхозах области (в процентах) есть нормально распределённая случайная величина с математическим ожиданием, равным 3,8 и дисперсией, равной 0,0225.

1) Найти дифференциальную функцию распределения случайной величины.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 3{,}35$; $x_2 = 3{,}5$; $x_3 = 3{,}65$; $x_4 = 3{,}8$; $x_5 = 3{,}95$; $x_6 = 4{,}1$. Построить график плотности распределения вероятностей.

3) Определить процент коров в области, у которых жирность молока заключена в пределах от 3,7% до 4,2%.

4) Определить с какой вероятностью можно гарантировать, что предельное отклонение жирности молока каждой коровы от математического ожидания будет равно 0,5%.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-2.

Предполагается, что диаметр валиков изготовляемых на автоматическом станке является случайной величиной с нормальным распределением. Параметры его – математическое ожидание и дисперсия соответственно равны 3,4 см и 0,0001.

1) Найти дифференциальную функцию распределения случайной величины.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 3{,}37$; $x_2 = 3{,}38$; $x_3 = 3{,}39$; $x_4 = 3{,}4$; $x_5 = 3{,}41$; $x_6 = 3{,}42$. Построить график плотности распределения вероятностей

3) Определить процент валиков, у которых диаметр заключён в пределах от 2,9 см до 3,6 см.

4) Найти какое предельное отклонение в ту или другую сторону диаметра валика от математического ожидания а можно гарантировать с вероятностью 0,9828.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-3.

Распределение рабочих на промышленных предприятиях города по проценту выполнения норм выработки есть случайная величина, подчиняющаяся нормальному закону a = M(X) = 140 и σ = 30. Для данной случайной величины требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения случайной величины.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 50$; $x_2 = 80$; $x_3 = 110$; $x_4 = 140$; $x_5 = 170$; $x_6 = 200$. Построить графики плотности распределения вероятностей.

3) Найти вероятность того, что X примет значение от 105 до 150%.

4) Определить процент рабочих сдельщиков, у которых отклонение нормы выработки в ту или другую сторону от M(x)=a будет не более 5%.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-4.

Предполагается, что длина болтов, изготавливаемых на автоматическом станке, является нормально распределённой величиной с M(X)=a=5,6см и σ =0,15см. Для этой случайной величины требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения случайной величины.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 5{,}15$; $x_2 = 5{,}3$; $x_3 = 5{,}45$; $x_4 = 5{,}6$; $x_5 = 5{,}75$; $x_6 = 5{,}9$. Построить графики плотности распределения вероятностей

3) Найти вероятность того, что случайно взятый болт будет иметь длину от 5,3 до 5,75 см.

4) Определить с какой вероятностью можно гарантировать, что предельное отклонение длины болтов от математического ожидания будет равно 0,25.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-5.

Предполагается, что удой молока за день в литрах на ферме в июне месяце является нормально распределённой величиной с M(X)=a=13л и σ =2,3л. Для этой случайной величины требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения случайной величины.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 6,1$; $x_2 = 8,4$; $x_3 = 10,3$; $x_4 = 13$; $x_5 = 15,3$; $x_6 = 17,6$. Построить графики плотности распределения вероятностей.

3) Найти процент коров на ферме, надои у которых будут от 11 до 15 литров в день.

4) Определить какое предельное отклонение в ту или другую сторону надоев на одну корову от математического ожидания можно гарантировать с вероятностью 0,95.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-6

Рост студентов в рассматриваемой совокупности их является нормально случайно распределённой величиной с M(X)=175см и σ =2,6см. Для этой случайной величины требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения случайной величины.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 167,2$; $x_2 = 169,8$; $x_3 = 172,4$; $x_4 = 175$; $x_5 = 177,6$; $x_6 = 180,2$. Построить график плотности распределения вероятностей.

3) Определить процент студентов, у которых рост заключён в пределах от 160 до 178 см.

4) Определить с какой вероятностью можно гарантировать, что предельное отклонение роста студентов от математического ожидания будет равно 4 см.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-7.

Урожайность пшеницы с одного гектара в центнерах есть нормально распределённая величина с математическим ожиданием M(X)=18,67ц и σ =1,49ц. Для этой случайной величины требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения случайной величины.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 14,20$; $x_2 = 15,69$; $x_3 = 17,18$; $x_4 = 18,67$; $x_5 = 20,16$; $x_6 = 21,65$. Построить графики плотности распределения вероятносте.

3) Определить вероятность того, что урожайность будет от16 до 21 ц.

4) Определить процент колхозов и совхозов, у которых урожайность пшеницы будет отклоняться от математического ожидания меньше чем на 3ц.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-8

На молочной ферме испытывали эффективность кормов. При скармливании смеси №1 получили средний удой M(X)=X=11л и σ = 4,4л. Считая удов коров случайной величиной подчиняющейся нормальному закону распределения требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения случайной величины.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 4,4$; $x_2 = 6,6$; $x_3 = 8,8$; $x_4 = 11$; $x_5 = 13,2$; $x_6 = 15,6$. Построить графики плотности распределения вероятностей.

3) Найти процент коров, у которых надои заключены в интервале от3 до 6 литров.

4) Определить какое предельное отклонение в ту или другую сторону от среднего значения можно гарантировать у этой группы коров с вероятностью 0,9465.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-9.

Средний процент выполнения плана некоторыми предприятиями составляет 106%, среднее квадратическое отклонение 9%. Выполнение плана этой группы предприятий подчиняется нормальному закону распределения. Для этой случайной величины требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения случайной величины.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 79$; $x_2 = 88$; $x_3 = 97$; $x_4 = 106$; $x_5 = 115$; $x_6 = 124$. Построить графики плотности распределения вероятностей .

3) Определить процент предприятий не выполняющих план.

4) Определить какое предельное отклонение в ту или другую сторону от среднего значения процента выполнения плана можно гарантировать с вероятностью 0,96.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-10.

Средний объём ампул равен 1,2 см, среднее квадратическое отклонение – 0,15. Считая, что объём ампул подчиняется закону нормального распределения, требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения случайной величины.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 0,75$; $x_2 = 0,9$; $x_3 = 1,05$; $x_4 = 1,2$; $x_5 = 1,35$; $x_6 = 1,5$. Построить графики плотности распределения вероятностей.

3) С какой вероятностью можно гарантировать, что отклонение объёма ампулы от среднего значения будет не более 0,2 см.

Вариант-11.

На заводе средний размер детали оказался 40,8 мм, а среднее квадратическое отклонение 0,6 мм. Считая, что размер детали подчиняется нормальному закону распределения случайной величины, требуется:

1) найти дифференциальную и интегральную функции распределения случайной величины.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 39$; $x_2 = 39,6$; $x_3 = 40,2$; $x_4 = 40,8$; $x_5 = 41,4$; $x_6 = 42$. Построить графики плотности распределения вероятностей и интегральной функции распределения.

3) Размер детали задан полем допуска 40-42 мм. Определить вероятность брака по заниженному размеру.

4) Какое предельное отклонение размера детали можно гарантировать с вероятностью 0,99.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-12.

Средний расход воды на животноводческом комплексе составляет 1000 литров в день при среднеквадратическом отклонении в 100 литров. Считая, что расход воды подчиняется нормальному закону распределения случайной величины, требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения случайной величины.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 700$; $x_2 = 800$; $x_3 = 900$; $x_4 = 1000$; $x_5 = 1100$; $x_6 = 1200$. Построить графики плотности распределения вероятностей .

3) Определить вероятность того, что расход воды на ферме не превзойдёт 2000 литров в день.

4) Какое предельное отклонение расхода воды можно гарантировать с вероятностью 0,95.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-13.

Средний урожай составил 22 центнера с гектара, а среднее квадратическое отклонение σ = 1,5ц. Считая, что урожайность пшеницы подчиняется нормальному закону распределения случайной величины, требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения случайной величины.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 17{,}5$; $x_2 = 19$; $x_3 = 20{,}5$; $x_4 = 22$; $x_5 = 23{,}5$; $x_6 = 25$. Построить графики плотности распределения вероятностей.

3) Определить вероятность того, что урожайность пшеницы заключена в интервале (20;25) центнеров.

4) Какова вероятность того, что отклонение урожая с наудачу взятого гектара от среднего будет более 3 центнеров.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-14.

Длина изготавливаемой автоматом детали представляет собой случайную величину распределённую по нормальному закону с параметрами X=15 см и σ =0,2 см. Требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения случайной величины.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 14{,}4$; $x_2 = 14{,}6$; $x_3 = 14{,}8$; $x_4 = 15$; $x_5 = 15{,}2$; $x_6 = 15{,}4$. Построить графики плотности распределения вероятностей.

3) Найти вероятность брака, если допустимые размеры детали должны быть 15 ± 0,3 см.

4) Какую точность длины изготовляемой автоматом детали можно гарантировать с вероятностью 0,97.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-15.

На автомате изготовляются заклёпки. Диаметр заклепки подчиняется нормальному закону распределения случайной величины. Имеет среднее значение равное 2 мм и дисперсию, равную 0,01. Требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения заклёпок.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 1{,}96$; $x_2 = 1{,}98$; $x_3 = 1{,}99$; $x_4 = 2{,}0$; $x_5 = 2{,}01$; $x_6 = 2{,}02$. Построить график плотности распределения вероятностей.

3) Определить процент заклёпок, у которых диаметр заклёпок заключён в интервале от 1,96 до 2,06.

4) Какие размеры диаметра заклёпки можно гарантировать с вероятностью 0,95.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-16.

Случайная величина X распределена по нормальному закону M(X)=3, при σ= 0,5. Требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения случайной величины

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 1{,}5$; $x_2 = 2{,}0$; $x_3 = 2{,}5$; $x_4 = 3{,}0$; $x_5 = 3{,}5$; $x_6 = 4{,}0$. Построить графики плотности распределения вероятностей.

3) Найти процент значений случайной величины, которые будут лежать в интервале (2,0;5,0).

4) Определить вероятность того, что её значения будут отклоняться от X по абсолютной величине не более чем на 1,3.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-17.

Средняя месячная выработка одного рабочего оказалась равной 385 деталям, среднее квадратическое отклонение σ = 45 деталям. Считая, что месячная выработка рабочего подчиняется нормальному закону распределения случайной величины, требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения случайной величины.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 250$; $x_2 = 295$; $x_3 = 340$; $x_4 = 385$; $x_5 = 430$; $x_6 = 475$. Построить графики плотности распределения вероятностей.

3) Найти в каких границах находится месячная выработка рабочего с вероятностью 0,9545.

4) Какой процент рабочих имеет месячную выработку заключённую в пределах от 300 дол 500.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-18.

Средняя калорийность одного обеда равна 1340 калорий, а средняя дисперсия 121. Считая, что калорийность обеда является случайной величиной подчиняется нормальному закону распределения, требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения случайной величины.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 1307$; $x_2 = 1318$; $x_3 = 1329$; $x_4 = 1340$; $x_5 = 1351$; $x_6 = 1362$. Построить графики плотности распределения вероятностей.

3) Найти вероятность того, что калорийность обедов заключена в интервале от1300 до 1400 калорий.

4) С какой вероятностью можно гарантировать, что отклонение калорийности обеда от его среднего значения будет не более 16,5 калорий.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант- 19.

Считая, что годовой настриг шерсти с одного барана подчиняется нормальному закону распределения со средним значением равным 11,5 кг и средним квадратическим отклонением – 2,5 кг. Требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения годового настрига шерсти.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 4$; $x_2 = 6,5$; $x_3 = 9,0$; $x_4 = 11,5$; $x_5 = 14,0$; $x_6 = 16,5$. Построить графики плотности распределения вероятностей.

3) Найти вероятность того, что годовой настриг шерсти с одного барана будет заключён в пределах от 4 до 16 кг.

4) Определить какое предельное отклонение годового настрига с одного барана можно гарантировать с вероятностью 0,92.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Вариант-20.

Средний живой вес коров равен 415 кг, а среднее квадратическое отклонение σ =21 кг. Считая, что живой вес коров является случайной величиной и подчиняется нормальному закону распределения, требуется:

1) найти дифференциальную функцию распределения веса коров.

2) Найти значения $\varphi(x)$ и $F(x)$ в точках $x_1 = 352$; $x_2 = 373$; $x_3 = 394$; $x_4 = 415$; $x_5 = 436$; $x_6 = 457$. Построить графики плотности распределения вероятностей.

3) Какой процент коров имеют вес, заключённый в пределах от 350 до 450 кг.

4) С какой вероятностью можно гарантировать, что предельное отклонение живого веса коров от среднего их значения будет не более 15,75 кг.

5) Найти диапазон изменения данной случайной величины.

Задание № 2

Случайная величина X распределена по равномерному закону *X~R[a;b]*

Найти :1) дифференциальную функцию распределения f(x);

2) M(x) и σ(x); 3) P(XЄ[α;β]).

№ 1	a=1	b=4	α= 2	β=2,8
№ 2	a=4	b=8	α=6	β=6,75
№ 3	a=3	b=9	α=5	β=5,77
№ 4	a=8	b=12	α=10	β=10,78
№ 5	a=5	b=10	α=6	β=6,91
№ 6	a=10	b=17	α=15	β=16
№ 7	a=0	b=8	α= 4	β=4,45
№ 8	a=2	b=7	α= 6	β=6,98
№ 9	a=7	b=13	α= 9	β=9,95
№ 10	a=11	b=14	α= 9	β=9,67
№ 11	a=6	b=9	α=7	β=7,75
№ 12	a=7	b=15	α= 11	β=12,25
№ 13	a=8	b=14	α= 9	β=11,5
№ 14	a=1	b=8	α= 5	β=5,58
№ 15	a=5	b=12	α=10	β=10,99
№ 16	a=12	b=24	α=17	β=18,35
№ 17	a=3	b=13	α=9	β=11,5
№ 18	a=1	b=7	α=6	β=6,81
№ 19	a=15	b=20	α=16	β=16,55
№ 20	a=14	b=21	α=19	β=19,88

Задание № 3

Непрерывная случайная величина распределена по показательному закону с параметром λ .Требуется:

1)Составить функцию распределения, функцию плотности этой случайной величины;

2) Найти числовые характеристики и вероятность того, что случайная величина попадет в интервал (a,b).

3)

№ 1	λ =0,25	a=0,7	b=1,3
№ 2	λ =0,5	a=10	b=15
№ 3	λ =1,2	a=2	b=3

№ 4	λ =0,2	a=5	b=6
№ 5	λ =0,55	a=0,55	b=1,1
№ 6	λ =2,5	a=2	b=3
№ 7	λ =0,13	a=2	b=10
№ 8	λ =3,2	a=2	b=4
№ 9	λ =1	a=1	b=8
№ 10	λ =0,9	a=0,5	b=1,5
№ 11	λ =2,1	a=1,1	b=3,1
№ 12	λ =0,3	a=25	b=30
№ 13	λ =0,5	a=0,9	b=1,1
№ 14	λ =2	a=1	b=3
№ 15	λ =0,2	a=2	b=4
№ 16	λ =0,6	a=2	b=5
№ 17	λ =1	a=0,9	b=1,1
№ 18	λ =1,4	a=1	b=3
№ 19	λ =0,5	a=2	b=3
№ 20	λ =0,7	a=2	b=7

Примеры решения типовых задач

Задача1. Предполагается , что средний диаметр, выпускаемых труб равен 160 мм, а среднее квадратическое отклонение составляет $\sigma = 8 мм.$. Считая, что предел прочности выпускаемой партии труб подчиняется нормальному закону распределения, требуется найти:

1) дифференциальную функцию и постройте ее график;

2) вероятность того, значения случайной величины будут содержаться в интервале от 155 до 170 мм;

3) определить какое предельное отклонение в ту или другую сторону от математического ожидания можно гарантировать с вероятностью 0,9901;

3) с какой вероятностью можно гарантировать, что предельное отклонение диаметра труб от среднего значения будет равно 12 кг;

4) весь диапазон изменения данной случайной величины.

Решение.

1)Случайная величина X имеет нормальное распределение, если её плотность распределения имеет вид: $f(x)=\frac{1}{\sigma\cdot\sqrt{2\pi}}e^{\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$, где $a=M(X)$ – математическое ожидание, $\sigma=\sigma(x)$- среднее квадратичное отклонение.

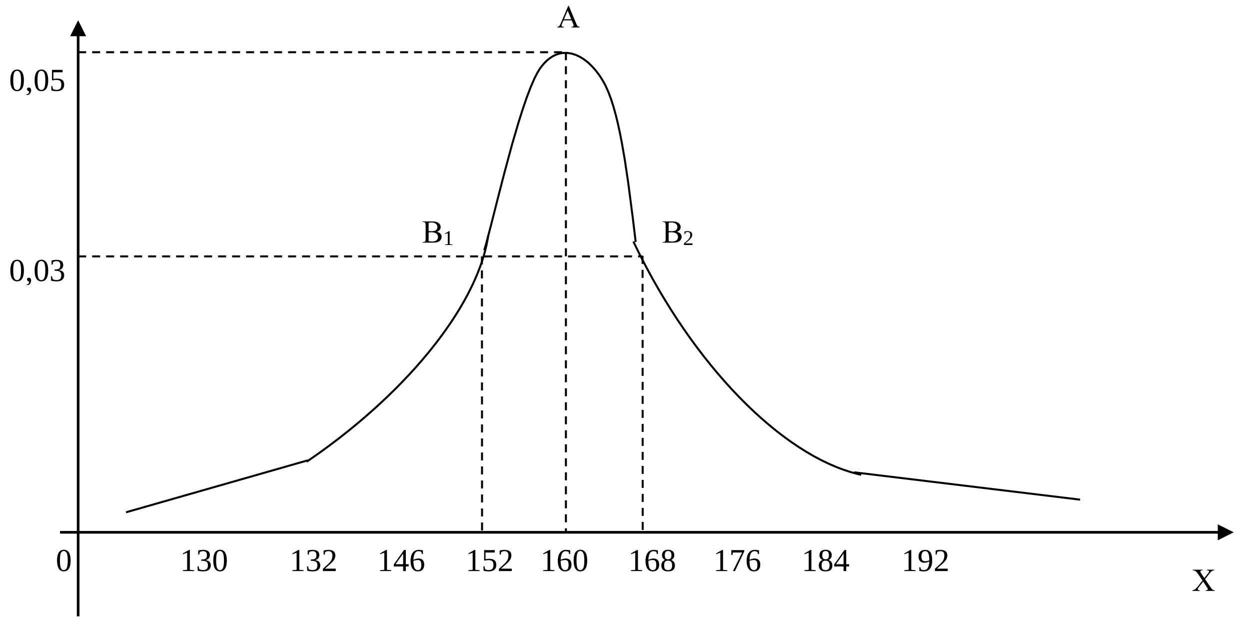
В нашей задаче $a=160мм,\ \sigma=8мм$, тогда $f(x)=\frac{1}{12\cdot\sqrt{2\pi}}e^{\frac{(x-160)^2}{128}}$.

Для построения графика плотности вероятности данной случайной величины по осям откладываем равный масштаб; по оси OX на 1 единицу масштаба 8 мм, а по вертикальной оси на 1 единицу масштаба приходится 0,01 значения функции f(x).

Точка $A(a;\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}})$ - точка максимума графика функции, подставив данные, получим: A(160, 0,05). Точки $B_1(a-\sigma;\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi e}})$, $B_2(a+\sigma;\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi e}})$ есть точки перегиба графика кривой вероятности, отсюда получим:

B_1(152, 0,03),B_2(168,0,03). Ось OX является асимптотой графика функции.

Построение.



2) Вероятность попадания нормально распределенной случайной в заданный интервал вычисляется по формуле:

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta-\alpha}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right),$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$ - интегральная функция Лапласа (табл. 3 приложения).

$$P(155 < X < 170) = \Phi\left(\frac{170-160}{8}\right) - \Phi\left(\frac{155-160}{8}\right) = \Phi\left(\frac{10}{8}\right) - \Phi\left(-\frac{5}{8}\right) =$$
$$= \Phi(1{,}5) + \Phi(0{,}625) = 0{,}3944 + 0{,}2357 = 0{,}6301.$$

Итак, у 63,01% труб средний размер диаметра будет заключен в интервале (155 – 170) мм.

3) Вероятность того, что нормально распределенная случайная величина отклонится от математического ожидания меньше чем на величину ε равна:

$$P(|X-a| < \varepsilon) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right).$$

В условии задачи известно:

$$P(|X-a| < \varepsilon) = 0{,}9901 \quad т.е \quad 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right) = 0{,}9901 \quad 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right) = \frac{0{,}9901}{2} = 0{,}49502$$

Находим по таблице 3(приложение) значение аргумента по значению функции

$$\frac{\varepsilon}{\sigma} = 2{,}58 \Rightarrow \varepsilon = 2{,}58 \cdot \sigma = 2{,}58 \cdot 8 = 20{,}64$$

С вероятностью 0,9901 можно гарантировать, что отклонение будет меньше, чем 20,64 мм.

4)Вероятность предельного отклонения 12мм можно вычислить, подставляя данные задачи в формулу:

$$P(|X-a|<12)=2\Phi\left(\frac{12}{8}\right)=2\Phi(1{,}5)=2\cdot 0{,}4332=0{,}8664$$

С вероятностью 0,8664 можно гарантировать, что отклонение диаметра труб от среднего значения будет меньше 12 мм.

5) Для нахождения всего диапазона воспользуемся правилом трех сигм для нормально распределенной случайной величины, которое состоит в следующем: если случайная величина распределена по нормальному закону, то почти все ее значения попадают в интервал, $(a-3\sigma;a+3\sigma)$ который является диапазоном изменения значении случайной величины.

В нашем примере получим: $(160-3\cdot 8;160+3\cdot 8)\Rightarrow(136;184)$, таким образом диаметр выпускаемых труб будет в пределах от 136 мм до 184 мм.

Задача 2.

Случайная величина X распределена по равномерному закону *X*~*R*[6;17]

Найти :1) дифференциальную функцию распределения *f(x)*;

2) M(x) и σ(x); 3) P(XЄ[15;15,99]).

Решение.

1) Для нахождения функции *f(x)* воспользуемся формулой:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le a;\\ \frac{1}{b-a}, & a<x\le b;\\ 0, & x>b.\end{cases} \qquad f(x)=\begin{cases}0, & x\le 6;\\ \frac{1}{11}, & 6<x\le 17;\\ 0, & x>17.\end{cases}$$

2) Находим числовые характеристики этого распределения равны:

$$M(x)=\frac{a+b}{2}=\frac{6+17}{2}=11{,}5, \qquad D(x)=\frac{(b-a)^2}{12}=\frac{(17-6)^2}{12}=10{,}08,$$

$$\sigma(x)=\sqrt{10{,}08}\approx 3{,}17$$

3) Вероятность попадания случайной величины в промежуток [15;15,99] находим , используя формулу

$$P(\alpha \le X \le \beta) = \frac{\beta - \alpha}{b - a}$$

Отсюда $P(X \in [15;15{,}99]) = \dfrac{15{,}99 - 15}{17 - 6} = \dfrac{0{,}99}{11} = 0{,}09$

<u>Задача 3.</u>

Непрерывная случайная величина распределена по показательному закону с параметром $\lambda = 2.$ Составить функцию распределения, функцию плотности этой случайной величины. Найти числовые характеристики и вероятность того, что случайная величина попадет в интервал (0,3;1).

<u>Решение.</u>

1)Искомая плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при} \quad x < 0; \\ 2e^{-2x}, & \text{при} \quad x \ge 0. \end{cases}$$

Искомая функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при} \quad x < 0; \\ 1 - e^{-2x}, & \text{при} \quad x \ge 0. \end{cases}$$

2) По условию $\lambda = 2.$ Следовательно,

$$M(X) = \sigma(x) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2} = 0{,}5; \;\; D(X) = \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{2^2} = 0{,}25.$$

Для нахождения вероятности $P(0{,}3<X<1)$ воспользуемся формулой

$$P(a < X < b) = e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b}.$$

Тогда, $P(0{,}3 < X < 1) = e^{-(2\cdot 0{,}3)} - e^{-(2\cdot 1)} = e^{-0{,}6} - e^{-2} \approx 0{,}549 - 0{,}135 = 0{,}414.$

ИТОГОВЫЙ ТЕСТ ПО ТЕМЕ: «СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ»

1. Случайная величина *X* задана законом распределения

X	x_1	x_2	**. . .**	x_n
P	p_1	p_2	**. . .**	p_n

Сумма вероятностей равна :

1) $\sum_{i=1}^{n} p_i = 0,5$

2) любому числу

3) $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

4) $\sum_{i=1}^{n} p_i = \infty$

2. Для случайной величины *X* известна дисперсия *D(X)*.Тогда среднее квадратическое отклонение находится по формуле:

1) $\sigma = |D(X)|$

2) $\sigma = \sqrt{D(X)}$

3) $\sigma = (D(X))^2$

4) $\sigma = \frac{1}{\sqrt{D(X)}}$

3. Случайная величина У имеет ряд распределения:

У	**1**	**2**	**5**	**8**	**10**
р	**0,1**	**0,1**	**0,4**	**0,2**	**0,2**

Тогда математическое ожидание *М(У)* этой случайной величины равно…

4. Дискретной случайной величиной называется случайная величина, которая:

1) может принимать все возможные значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка;
2) принимает отдельные изолированные значения с определенными вероятностями;
3) в результате опыта может принимать то или иное значение, заранее до опыта неизвестное;
4) в результате опыта принимает требуемое значение.

5. Для случайной величины Х известно, что *М(6Х)*=30. Тогда *М(Х)*=….

6. Дисперсия дискретной случайной величины Х находится по формуле:

1) $D(X) = M(|X - M(X)|)$

2) $D(X) = M(X^2 - M(X)^2)$

3) $D(X) = M(X - M(X))^2$

4) $D(X) = M(X - M^2(X))^2$

8. Заполнить пропуск в следующем свойстве дисперсии: *D(CX)=….D(X)*

9. Дифференциальная функция распределения *f(x)* непрерывной случайной величины находится по формуле:

1) $f(x) = F'(x)$

2) $f(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} F(x)dx$

3) $f(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} F(x)dx$

4) $f(x) = \sqrt{F(x)}$

10. Для непрерывной случайной величины *X* существует плотность распределения *f(x)*. Тогда $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)dx =$

1) 0
2) 1
3) 0,5
4) ∞

11. Интегральная функция распределения величины *X* имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0 \quad при \quad x < 0 \\ x^3 \quad при \quad 0 \le x \le 1 \\ 1 \quad при \quad x > 1 \end{cases}$$

Тогда функция плотности *f(x)* этой случайной величины имеет вид:

1) $f(x) = \begin{cases} 0 \quad при \quad x < 0 \\ x^3 \quad при \quad 0 \le x \le 1 \\ 1 \quad при \quad x > 1 \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} 0 \quad при \quad x < 0 \\ \frac{x^4}{4} \quad при \quad 0 \le x \le 1 \\ 0 \quad при \quad x > 1 \end{cases}$

3) $f(x) = \begin{cases} 0 \quad при \quad x < 0 \\ 3x^2 \quad при \quad 0 \le x \le 1 \\ 1 \quad при \quad x > 1 \end{cases}$

4) $f(x) = \begin{cases} 0 \quad при \quad x < 0 \\ 3x^2 \quad при \quad 0 \le x \le 1 \\ 0 \quad при \quad x > 1 \end{cases}$

12. Для непрерывной случайной величины *X* математическое ожидание находиться по формуле:

1) $M(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} (x + f(x))dx$

2) $M(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx$

3) $M(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$

4) $M(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x)dx$

13. Функция распределения вероятностей случайной величины *X* имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0\\ \dfrac{1}{64}x^3 & \text{при} \quad 0\le x\le 4\\ 1 & \text{при} \quad x>4\end{cases}$$

Вероятность того, что случайная величина *X* попадет в интервал (2;7) равна:

1) 1 2) 0

3) $\frac{41}{64}$ 4) $\frac{7}{8}$

14. Случайная величина *X* задана плотностью распределения:

$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0\\ \dfrac{\sin x}{2} & \text{при} \quad 0\le x\le \pi\\ 1 & \text{при} \quad x>\pi\end{cases}$$

Тогда функция распределения имеет вид:

1) $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0\\ \dfrac{-\cos x}{2} & \text{при} \quad 0\le x\le \pi\\ 1 & \text{при} \quad x>\pi\end{cases}$ 2) $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0\\ \dfrac{1-\cos x}{2} & \text{при} \quad 0\le x\le \pi\\ 1 & \text{при} \quad x>\pi\end{cases}$

3) $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0\\ \dfrac{-\cos x}{2} & \text{при} \quad 0\le x\le \pi\\ 0 & \text{при} \quad x>\pi\end{cases}$ 4) $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0\\ \dfrac{1-\cos x}{2} & \text{при} \quad 0\le x\le \pi\\ 0 & \text{при} \quad x>\pi\end{cases}$

15. Случайная величина *X* задана дифференциальной функцией распределения $f(x)=\frac{1}{8}x$ в интервале (0;4). Вне этого интервала $f(x)=0$. Математическое ожидание этой величины равно:

1) 2 2) $\frac{8}{3}$ 3) 1 4) $\frac{1}{2}$

16. Непрерывная случайная величина *X* называется распределенной по нормальному закону, если плотность вероятности *f(x)* задается выражением:

1) $f(x)=\ell^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$ 2) $f(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\ell^{-\frac{(x-a)}{2\sigma}}$

3) $f(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\ell^{\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$ 4) $f(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\ell^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$

17. Плотность распределения случайной величины *X* имеет вид: $f(x)=\dfrac{1}{9\sqrt{2\pi}}\ell^{-\frac{(x-8)^2}{162}}$ **. Установить соответствие между значениями числовых характеристик случайной величины:**

1)математическое ожидание M(x)=	а) 9
2)дисперсия D(x)=	б) 8
3)среднее квадратическое отклонение $\sigma(x)=$	в) 81

18. Если случайная величина *X* распределена по нормальному закону, тогда точки перегиба кривой нормального закона распределения имеют координаты:

1) $\left(a\pm\sigma;\quad \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi\ell}}\right)$ 2) $\left(\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi\ell}};\quad a\pm\sigma\right)$

3) $\left(\pm a;\quad \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)$ 4) $\left(a\pm\sigma;\quad \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)$

19. Вероятность того, что отклонение нормально распределенной случайной величины X по абсолютной величине меньше заданного положительного числа δ находится по формуле:

1) $P(|x-a|<\varepsilon)=1-2\Phi\left(\dfrac{\delta}{\sigma}\right)$ 2) $P(|x-a|<\varepsilon)=2\Phi\left(\dfrac{\delta}{\sigma}\right)$

3) $P(|x-\sigma|<\varepsilon)=1-2\Phi\left(\dfrac{\delta}{\sigma}\right)$ 4) $P(|x-a|<\varepsilon)=2\Phi\left(\dfrac{\sigma}{\delta}\right)$

20. Математическое ожидание и дисперсия нормально распределенной случайной величины *X* соответственно равны *M(x)*=4; *D(x)*=25. Тогда вероятность того, что случайная величина попадет в интервал (2;9) равна….

Литература

Основная

1. Математика. Теория вероятностей: учебное пособие / А. И. Созутов, В. П. Сакулин, Н. Н. Рыбакова, Е. Б. Лученкова. — Красноярск: СФУ, 2020. — 128 с. — ISBN 978-5-7638-4316-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/181624— Режим доступа: по подписке ПримГСХА. — Текст: электронный.

2. Голубева, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие / Е. А. Голубева. — Нижний Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2020 — Часть 1 — 2020. — 51 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/191924— Режим доступа: по подписке ПримГСХА. — Текст: электронный.

3. Голубева, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие / Е. А. Голубева. — Нижний Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2020 — Часть 2 — 2020. — 40 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/191926— Режим доступа: по подписке ПримГСХА. — Текст: электронный.

4. Логинов, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика: курс лекций: учебное пособие / В. А. Логинов. — Москва: РУТ (МИИТ), 2013. — 192 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/188438 Режим доступа: по подписке ПримГСХА. — Текст: электронный.

Приложения

Таблица 1 Значения функции $p(m) = \frac{a^m}{m!} \cdot e^{-a}$

a/m	0	1	2	3	4	5	6	7
0,1	0,90484	09048	00452	00015	00000	00000	00000	00000
0,2	81873	16375	01638	00109	00006	00000	00000	00000
0,3	74082	22225	03334	00333	00025	00002	00000	00000
0,4	67032	26813	05363	00715	00072	00006	00000	00000
0,5	69653	30327	07582	01264	00158	00016	00001	00000
0,6	54881	32929	09879	01976	00296	00036	00004	00000
0,7	49659	34761	12166	02839	00497	00070	00008	00001
0,8	44933	35946	14379	03834	00767	00123	00016	00002
0,9	40657	36591	16466	04940	01112	00200	00030	00004
1	36788	36788	18394	06131	01533	00307	00051	00007
2	13534	27067	27067	18045	09022	03609	01203	00344
3	04979	14936	22404	22404	16803	10082	05041	02160
4	01832	07326	14653	19537	19537	15629	10420	05954
5	00674	03369	08422	14037	17547	17547	14622	10445
6	00248	01487	04462	08924	13385	16062	16062	13768
7	00091	00638	02234	05123	09123	12772	14900	14900

Таблица 2

Значения функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3824	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2956	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0097	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046

3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0036	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006

Таблица 3 Значения функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0040	0080	0120	0160	0199	0239	0279	0319	0359
0,1	0398	0438	0478	0517	0557	0596	0636	0675	0714	0753
0,2	0793	0832	0871	0910	0948	0987	1026	1064	1103	1141
0,3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0,4	1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0,5	1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0,6	2257	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2486	2517	2549
0,7	2580	2611	2642	2673	2708	2734	2764	2794	2823	2852
0,8	2881	2910	2939	2967	2995	3023	3051	3078	3106	3133
0,9	3159	3186	3212	3238	3264	3289	3315	3340	3365	3389
1,0	3413	3438	3461	3485	3508	3531	3554	3577	3599	3621
1,1	3643	3665	3696	3708	3729	3749	3770	3790	3810	3830
1,2	3849	3869	3883	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1,3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4162	4177
1,4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1,5	4332	4345	4357	4370	4382	4394	4406	4418	4429	4441
1,6	4452	4463	4474	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1,7	4554	4564	4573	4582	4591	4599	4608	4616	4625	4633
1,8	4641	4649	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4699	4706
1,9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4756	4761	4767
2,0	4772	4778	4783	4788	4793	4798	4803	4808	4812	4817
2,1	4821	4826	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4854	4857
2,2	4861	4864	4868	4871	4875	4878	4881	4884	4887	4890
2,3	4893	4896	4898	4901	4904	4906	4909	4911	4913	4916
2,4	4918	4920	4922	4925	4927	4929	4931	4932	4034	4936
2,5	4938	4940	4941	4943	4945	4946	4948	4949	4951	4951
2,6	4953	4955	4956	4067	4959	4960	4961	4962	4963	4964
2,7	4965	4966	4967	4968	4969	4970	4971	4972	4973	4974
2,8	4974	4975	4976	4977	4977	4978	4979	4979	4980	4981
2,9	4981	4982	4982	4983	4984	4984	4985	4985	4986	4986

x		x		x		x	
3,0	0,49865	3,5	0,49977	4,0	0,499968	4,5	0,4999966
3,1	0,49903	3,6	0,49984	4,1	0,499979	4,6	0,4999979
3,2	0,49931	3,7	0,49989	4,2	0,499987	4,7	0,4999987
3,3	0,49952	3,8	0,49993	4,3	0,499991	4,8	0,4999992
3,4	0,49966	3,9	0,49995	4,4	0,499995	4,9	0,4999995

Содержание

Савельева Екатерина Владимировна.

Математика. Часть 2: методические указания по дисциплине (модулю) к практическим занятиям и выполнению самостоятельной работы для обучающихся по направлениям подготовки: 21.03.02 Землеустройство и кадастры; 20.03.02 Природообустройство и водопользование

ЭЛЕКТРОННОЕ ИЗДАНИЕ

ФГБОУ ВО Приморская ГСХА

Адрес: 692510, г. Уссурийск, пр-т Блюхера, 44