

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Комин Андрей Эдуардович
Должность: ректор
Дата подписания: 25.11.2024 00:40:38
Уникальный программный ключ:
f6c6d686f0c899fdf76a1ed8b448452ab8cac6fb1af6547b6d40cdf1bdc60ae2

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ПРИМОРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНО-
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПРИНЯТО
на заседании Ученого Совета
ФГБОУ ВО Приморский ГАТУ
Протокол № 17
от 26. 06. 2023 г.

УТВЕРЖДАЮ
Ректор ФГБОУ ВО Приморский ГАТУ
_____ А. Э. Комин
26. 06. 2023 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ГЕОМЕТРИЯ**

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

(код и наименование направления подготовки)

Математика и физика

(направленность (профиль) подготовки)

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Уссурийск 2023 г.

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

а. модели контролируемых компетенций

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля):

Код компетенции	Наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции
Общепрофессиональные компетенции			
ОПК-5	Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	ОПК 5.2	Осуществляет контроль и оценку образовательных результатов на основе принципов объективности и достоверности
ОПК-8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК 8.1	Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в том числе в предметной области

б. требование к результатам освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

– методы и способы контроля и оценки образовательных результатов по дисциплине «геометрия» на основе принципов объективности и достоверности (ОПК 5.2);

– основные понятия, факты геометрии, необходимые для осуществления профессиональной педагогической деятельности при преподавании математических дисциплин; методологию и инструментарий векторной алгебры, аналитической и проективной геометрии, методов изображения и элементов геометрии Лобачевского; общих вопросов аксиоматики (ОПК 8.1);

уметь:

– использовать различные средства определения образовательных результатов обучающихся по дисциплине «геометрия», выбирая для этого формы, наиболее целесообразные с точки зрения их эффективности; оперировать специальными научными знаниями геометрии в профессиональном общении и предметной области (ОПК 5.2);

– решать задачи и применять методы геометрии для решения задач, возникающих в процессе осуществления профессиональной педагогической деятельности; применять инструментарий геометрии для осуществления профессиональной педагогической деятельности; доказывать основные теоремы геометрии, выводить обосновывать формулы геометрии, используя полученные знания, проводить исследования геометрических объектов, их свойств и отношений между ними (ОПК 8.1).

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 1 – Оценка контролируемой компетенции дисциплины (модуля)

№ п/п	Код контролируемой компетенции (индикатора достижения компетенции)	Контролируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства
1	ОПК 5.2	<i>Знать:</i> методы и способы контроля и оценки образовательных результатов по дисциплине «геометрия» на основе принципов объективности и достоверности	Опрос (устно) Тест (письменно)
		<i>Уметь:</i> использовать различные средства определения образовательных результатов обучающихся по дисциплине «геометрия», выбирая для этого формы, наиболее целесообразные с точки зрения их эффективности; оперировать специальными научными знаниями геометрии в профессиональном общении и предметной области	Контрольная работа (письменно) Тест (письменно)
2	ОПК 8.1	<i>Знать:</i> основные понятия, факты геометрии, необходимые для осуществления профессиональной педагогической деятельности при преподавании математических дисциплин; методологию и инструментарий векторной алгебры, аналитической и проективной геометрии, методов изображения и элементов геометрии Лобачевского; общих вопросов аксиоматики	Опрос (устно) Тест (письменно)
		<i>Уметь:</i> решать задачи и применять методы геометрии для решения задач, возникающих в процессе осуществления профессиональной педагогической деятельности; применять инструментарий геометрии для осуществления профессиональной педагогической деятельности; доказывать основные теоремы геометрии, выводить обосновывать формулы геометрии, используя полученные знания, проводить исследования геометрических объектов, их свойств и отношений между ними	Контрольная работа (письменно) Тест (письменно)

Таблица 2 – Примерный перечень оценочных средств

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в
-------	----------------------------------	--	-------------------------------------

	средства		фонде
1	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений, обучающегося	Фонд тестовых заданий
2	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам

Таблица 3 – Критерии и шкалы для оценки уровня сформированности компетенции в ходе освоения дисциплины

Показатели оценивания	Критерии оценки уровня сформированности компетенции ИД-2 ОПК 5.1 (ИД-1 ОПК 8.1) *			
	Неудовлетворительно, Не зачтено	Удовлетворительно, зачтено	Хорошо / зачтено	Отлично / зачтено
«Знать»	Уровень знаний ниже минимально допустимых требований; имеют место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний; допущено множество негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе; допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе; без ошибок
«Уметь»	При решении типовых (стандартных) задач не продемонстрированы некоторые основные умения. Имеют место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые (стандартные) задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, – на уровне хорошо закрепленных навыков. Решены все основные задачи с отдельными незначительными ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, без недочетов.
Характеристика сформированности компетенции	Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний и умений недостаточно для решения практических профессиональных задач	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний и умений в целом достаточно для решения стандартных практических профессиональных задач, но требуется дополнительная практика по большинству практических задач	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний и умений в целом достаточно для решения стандартных практических профессиональных задач	Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний и умений и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических профессиональных задач

Уровень сформированности компетенции	Низкий	Пороговый	Базовый	Высокий
Сумма баллов (Б)**	0 – 60	61 – 75	76 – 85	86 – 100

* – Оценивается для каждой компетенции отдельно.

** – Суммируется балл по показателям оценивания «знать» и «уметь»; при этом соотношение компонентов компетенции в общей трудоемкости дисциплины «знать» / «уметь» составляет 40 / 60. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений и опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация качества подготовки обучающихся по дисциплине проводится в соответствии с локальными нормативными актами и является обязательной, предназначена для определения степени достижения учебных целей по дисциплине и проводится в форме зачета в 1 и 3-ем семестрах и экзамена во 2 и 4-ом семестрах.

Обучающиеся готовятся к зачету самостоятельно. Подготовка заключается в изучении программного материала дисциплины с использованием личных записей, сделанных в рабочих тетрадях, и рекомендованной в процессе изучения дисциплины литературы. При необходимости обучающиеся обращаются за консультацией к преподавателю, ведущему данную дисциплину.

Форма проведения промежуточной аттестации для обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбирается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). При необходимости обучающимся инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете / экзамене.

Методика оценивания

1) По столбальной шкале в таблицу 4 занести баллы (Bi), полученные обучающимся в ходе освоения дисциплины. (Критерии представлены в таблице 3).

Таблица 4 – Пример расчетной таблицы итогового оценивания компетенций у обучающегося по дисциплине (модулю)

Код индикатора компетенции	Условное обозначение	Оценка приобретенных компетенций в баллах
ИД-2 ОПК 5.2	Б1	50
ИД-1 ОПК 8.1	Б2	50

Итого	($\sum B_i$)	100
В среднем	($\sum B_i$)/ n	50

2) Определить оценку по дисциплине (модулю) по шкале соотношения баллов и оценок (таблица 5).

Таблица 5 – Шкала измерения уровня сформированности компетенций в результате освоения дисциплины (модуля)

Итоговый балл	0-60	61-75	76-85	86-100
Оценка	Неудовлетворительно (не зачтено)	Удовлетворительно (зачтено)	Хорошо (зачтено)	Отлично (зачтено)
Уровень сформированности компетенций	Низкий	Пороговый	Базовый	Высокий

Знания, умения обучающихся при промежуточной аттестации **в форме зачета** определяются «зачтено», «не зачтено».

«Зачтено» – обучающийся знает курс на уровне лекционного материала, базового учебника, дополнительной учебной, научной и методологической литературы, умеет привести разные точки зрения по излагаемому вопросу.

«Не зачтено» – обучающийся имеет пробелы в знаниях основного учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.

Показатели «знать», «уметь» **при промежуточной аттестации в форме экзамена** определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», что соответствует уровням сформированности компетенций «высокий», «базовый», «пороговый», «низкий».

«Отлично» – обучающийся глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.

«Хорошо» – обучающийся твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения и владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

«Удовлетворительно» – обучающийся усвоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

«Неудовлетворительно» – обучающийся не знает значительной части

программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания, задачи.

Текущая аттестация обучающихся по дисциплине проводится в форме контрольных мероприятий по оцениванию фактических результатов освоения дисциплины (модуля) в разрезе компетенций.

4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

ОПК 5.2 Осуществляет контроль и оценку образовательных результатов на основе принципов объективности и достоверности

1 семестр

Задание 1.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Если выражение $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_n \vec{a}_n = \vec{b}$ - линейная комбинация системы n – мерных векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ то векторы являются линейно зависимыми если:

Правильными утверждениями являются:

1. $\vec{b} = \vec{0}$ при условий $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$

$\vec{b} = \vec{0}$ при условии хотя бы одно число $\lambda_i \neq 0$

$\vec{b} = \vec{0}$ при $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \dots \neq \lambda_n$

4. Один из векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ линейно выражается через остальные.

5. Система векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ содержит нулевой вектор.

Ответ: 2,4,5

Обоснование: выбраны варианты: номер 2 (определение линейно-зависимых векторов); номер 4,5 (свойства линейно зависимой системы векторов)

Задание 2.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Дан вектор $\vec{AB} = \vec{a}\{a_x; a_y\}$, где начало вектора точка А имеет координаты $(x_A; y_A)$, тогда ордината точки В равна:

1. $y_2 = y_1 - a_y$

2. $y_2 = y_1 + a_y$

3. $y_2 = y_1 \cdot a_y$
4. $y_2 = -a_y - y_1$

Ответ: 2.

Обоснование: по формулам нахождения координат вектора, заданного своим началом и концом: $a_y = y_2 - y_1$; $a_x = x_2 - x_1$, получим ордината конца точки B равна $y_2 = y_1 + a_y$

Задание 3.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Орт вектора $\vec{a}\{3;4;-12\}$ равен:

1. $\vec{e}\left\{\frac{3}{13};\frac{4}{13};-\frac{12}{13}\right\}$;
2. $\vec{e}\{3;4;-12\}$;
3. $\vec{e}\left\{\frac{3}{13};\frac{4}{13};\frac{12}{13}\right\}$;
4. $\vec{e}\left\{\frac{13}{3};\frac{13}{4};-\frac{13}{12}\right\}$.

Ответ: 1

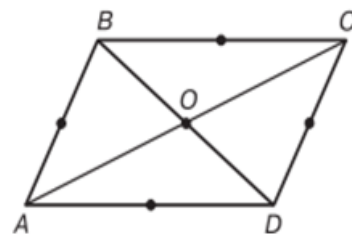
Обоснование: координаты орт вектора равны отношению координат вектора на его длину, где длина вектора равна корню квадратному из суммы квадратов его координат.

Задание 4.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Дан параллелограмм $ABCD$, O – точка пересечения его диагоналей.

Найти координаты вектора \overrightarrow{DO} в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2\}$ где $\vec{e}_1 = \overrightarrow{AC}$, $\vec{e}_2 = \overrightarrow{AB}$



1. $\left\{-\frac{1}{2}; 1\right\}$
2. $\left\{\frac{1}{2}; -1\right\}$
3. $\left\{1; -\frac{1}{2}\right\}$
4. $\left\{1; \frac{1}{2}\right\}$

Ответ: 1

Обоснование: разложить вектор по базису на плоскости, значит представить его как линейную комбинацию базисных векторов где коэффициенты в разложении являются координатами вектора. Выражая вектор \overrightarrow{OB} через базисные векторы с помощью правила разности векторов $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AO}$, получим координаты номер 1.

Задание 5.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Центр масс треугольника с вершинами $A(-3;3)$, $B(-1;4)$, $C(5;7)$ равен:

1. $K\left(1; \frac{14}{3}\right)$
2. $K\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$
3. $K\left(3; \frac{14}{3}\right)$
4. $K\left(\frac{1}{3}; \frac{14}{3}\right)$

Ответ: 4

Обоснование: координаты центра масс (координаты центра тяжести) треугольника равны сумме координат вершин, деленной на три, отсюда $K\left(\frac{-3-1+5}{3}; \frac{(3+4+7)}{3}\right)$, номер 4

Задание 6.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Найти работу силы: $\vec{f}\{0;-1;5\}$, если точка её приложения, двигаясь прямолинейно перемещается из точки $A(0; -3;2)$ в точку $B(5;1; -1)$:

1. 10 ;
2. (0;-4;-15) ;
3. -19 ;
4. 19.

Ответ: 3

Обоснование: работа постоянной силы по перемещению точки из положения A в B равна скалярному произведению вектора силы на вектор перемещения: $A = \vec{F} \cdot \vec{S}$, где $\vec{S} = \overrightarrow{AB} = \{5; 4; -3\}$. Найдем сумму произведений соответствующих координат векторов силы и перемещения: $0*5+(-1)*4+5*(-3)$, получим $A=-19$.

Задание 7.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Отрезок AB делится точкой C в отношении: $\lambda = \frac{AC}{CB} = 1/2$, зная точки $A(3; -2)$ и $B(6;4)$,

найти точку C :

1. $C(0;4)$
2. $C(4;0)$
3. $C(5; -2)$
4. $C(4,5;1)$

Ответ: 2

Обоснование: если даны точки $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, и точка C делит отрезок AB в отношении $AC:CB$, то координаты точки C , находятся по формулам: $x=(x_1+\lambda x_2)/(1+\lambda)$; $y=(y_1+\lambda y_2)/(1+\lambda)$. Подставляя данные, получим: $C(4;0)$

Задание 8.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Какие из выражений являются верными:

Правильными утверждениями являются:

1. $(\vec{a} \times \vec{b}) = -(\vec{b} \times \vec{a})$;

2. $\vec{a} \times \vec{a} = |\vec{a}|^2$;

3. $(\vec{a} \times \vec{b}) = (\vec{b} \times \vec{a})$;

4. $\vec{i} \cdot \vec{j} = 1$

5. $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$

6. $\vec{i} \times \vec{j} = -\vec{k}$

7. $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$

8. $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$

9. $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$

Ответ: 1,5,7,8,9

Обоснование: выбраны варианты: номер 1 (Свойство векторного произведения – при перестановке векторов в векторном произведении знак меняется на противоположный); номер 5 (орт вектор \vec{k} является векторным произведением орт векторов \vec{i} и \vec{j} , т.к. удовлетворяет условиям определения векторного произведения); номер 7 (скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины); номер 8 (орт векторы \vec{i} и \vec{j} ортогональны, следовательно их скалярное произведение равно нулю); номер 9 (векторный квадрат равен нулевому вектору);

Задание 9.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны векторы: $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = -2\vec{i} + \vec{k}$

Решите геометрические задачи с применением формул по теме произведение векторов.

Соотнесите задачи и ответы.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Задача		Ответ	
А	Площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{c}	1	$\frac{5\sqrt{14}}{14}$
Б	Модуль проекции вектора \vec{c} на направление вектора \vec{a}	2	$\frac{11}{14}$

В	Косинус острого угла между векторами \vec{a} и \vec{b}	3	5
Г	Объем параллелепипеда, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} и \vec{c}	4	31
		5	$3\sqrt{5}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г
5	1	2	3

Задание 10.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Пусть в пространстве заданы три вектора $\vec{a}\{a_x; a_y; a_z\}$, $\vec{b}\{b_x; b_y; b_z\}$, $\vec{c}\{c_x; c_y; c_z\}$. Известны формулы нахождения произведения векторов через их координаты. **Соотнесите произведение векторов и формулы их нахождения через координаты.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Произведение		Формула нахождения	
А	Скалярное $\vec{a} \cdot \vec{c}$	1	$a_x b_x c_x + a_y b_y c_y + a_z b_z c_z$
Б	Векторное $\vec{a} \times \vec{b}$	2	$\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} < 0$
В	Смешанное $\vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{c}$ - левая тройка	3	$\vec{a}_x \cdot \vec{b}_x + \vec{a}_y \cdot \vec{b}_y + \vec{a}_z \cdot \vec{b}_z$
Г	Смешанное $\vec{a} \times \vec{c} \cdot \vec{b}$ - правая тройка	4	$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$
		5	$\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ c_x & c_y & c_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} > 0$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г
3	4	2	5

Задание 11.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Если векторы $\vec{a}\{-1;3;3\}$, $\vec{b}\{2;2;0\}$, $\vec{c}\{1;5;x\}$ компланарны, то значение переменной x равно _____

Ответ: 3.

Решение: если векторы компланарны, то их смешанное произведение равно нулю. Смешанное произведение векторов через координаты равно определителю третьего порядка. Составляем определитель, получаем уравнение относительно x , в результате решения получим $x=3$.

Задание 12.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

В полярной системе координат даны точки $M_1(5; \pi/4)$ и $M_2(8; -\pi/2)$. Квадрат площади треугольника равен _____

Ответ: 40.

Решение: площадь треугольника равна половине произведения длин сторон треугольника на синус угла между ними. По построению угол между сторонами равен $3\pi/4$, стороны 5 и 8, таким образом квадрат площади равен 40.

Задание 13.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Совокупность векторов $\vec{a} = \vec{i} - a \cdot \vec{j}$, $\vec{b} = 5\vec{j} - 10\vec{i}$ не может являться базисом двумерного линейного пространства, если a равно _____

Ответ: 0,5.

Решение. Совокупность двух векторов не является базисом, если определитель, составленный из координат этих векторов, равен нулю. Вычисляя определитель второго порядка, получим уравнение относительно неизвестного a , в результате решения получим $a=0,5$.

2 семестр

Задание №14

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Пусть на плоскости даны две аффинные системы координат: $\{O, \vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ – старая система и $\{O', \vec{e}'_1, \vec{e}'_2\}$ – новая система. Определите координаты нового базиса и начала в старой системе, если формулы преобразования имеют вид:

$$\begin{cases} x = 2x' - y' + 2 \\ y = 6y' - 4 \end{cases}$$

1. $O'(2;-4)$, $\vec{e}'_1\{2;0\}$, $\vec{e}'_2\{-1;6\}$

2. $O'(2;-4)$, $\vec{e}'_1\{2;-1\}$, $\vec{e}'_2\{0;6\}$

3. $O'(-2;4)$, $\vec{e}'_1\{2;-1\}$, $\vec{e}'_2\{0;6\}$

4. $O'(2;-4)$, $\vec{e}'_1\{2;6\}$, $\vec{e}'_2\{-1;0\}$

Ответ: 1

Обоснование: формулы перехода от одной аффинной системы координат (старой) к другой (новой) имеют вид: $x = a_1x' + a_2y' + x_0$, $y = b_1x' + b_2y' + y_0$, где $M(x; y)$ – координаты точки в старой системе, $M(x'; y')$ – координаты точки в новой системе; $O(x_0; y_0)$ – координаты нового начала, полученного в результате параллельного переноса системы координат; $\{a_1; b_1\}$, $\{a_2; b_2\}$ – координаты нового базиса в старой системе координат.

Задание №15

Прочитайте текст и установите соответствие.

В аналитической геометрии на плоскости рассматриваются различные виды уравнения прямой в зависимости от способа ее задания. **Соотнесите способы задания прямых и их уравнений.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Способы задания		Уравнения	
А	Уравнение прямой, проходящей через данную точку $M(x_0; y_0)$, в данном направлении.	1	$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
Б	Общее уравнение прямой	2	$x - x_0 = k(y - y_0)$
В	Уравнение прямой, проходящей через данную точку $M(x_0; y_0)$, параллельной данному вектору (канонический вид)	3	$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$
Г	Уравнение прямой в отрезках;	4	$x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0$
Д	Уравнение прямой с угловым коэффициентом;	5	$y = kx + b$
Е	Нормальное уравнение прямой	6	$Ax + By + C = 0$
Ж	Уравнение прямой, проходящей через данную точку $M(x_0; y_0)$, перпендикулярно данному вектору	7	$y - y_0 = k(x - x_0)$
З	Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.	8	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
		9	$\frac{y - y_0}{m} = \frac{x - x_0}{n}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З
7	6	9	8	5	4	3	1

Задание №16

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Угловым коэффициентом прямой, проходящей через точки $A(-3; 1)$ и $B(2; -6)$ равен:

1. 5
2. 5/7
3. -5/7
4. -7/5

Ответ: 4

Обоснование: подставим координаты точек А и В в уравнение прямой, проходящей через две данные точки и приведем его к уравнению прямой с угловым коэффициентом

Задание №17

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Из предложенных прямых выберите параллельные:

Правильными утверждениями являются:

1. $y = -2x + 1$; $y = 2x + 4$

2. $y = -x + 2$; $y = -x - 2$

3. $5x - y + 1 = 0$; $10x - 2y - 7 = 0$

4. $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$; $6x - 8y - 3 = 0$

5. $3x - 4y + 1 = 0$; $5x + 3y - 4 = 0$

6. $y = -\frac{1}{3}x - 2$; $\frac{x}{12} + \frac{y}{4} = 1$

Ответ: 2,3,4,6

Обоснование: прямые параллельны, если равны их угловые коэффициенты. Номер 1 (коэффициенты не равны (-2 и 2)); номер 2 (угловые коэффициенты равны 1); номер 3 (коэффициенты равны 5); номер 4 (коэффициенты равны 3/4); номер 5 (коэффициенты не равны (3/4 и -5/3)); номер 6 (коэффициенты равны -1/3).

Задание №18

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Уравнение $8x^2 + 10xy - y^2 + 9x - 6y + 7 = 0$ на плоскости задает кривую:

1. эллиптического типа
2. параболического типа
3. гиперболического типа
4. конического типа

Ответ: 3

Обоснование: для уравнения кривой найдем второй инвариант – определитель второго порядка из коэффициентов уравнения $A=8$; $B=5$; $C=-1$, получим -34, получим отрицательное значение, следовательно имеем кривую гиперболического типа.

Задание №19

Прочитайте текст и установите соответствие.

В аналитической геометрии выполнен вывод и анализ уравнений кривых второго порядка трех типов: эллиптический, гиперболический и параболический. **Соотнесите названия кривых и уравнений.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Названия кривых		Уравнения	
А	Гипербола	1	1. $2x^2 = y + 1$

Б	Эллипс	2	2. $8x^2 + 3(y+1)^2 = -1$
В	Окружность	3	3. $4x^2 - 6 = (y+1)^2$
Г	Парабола	4	4. $\frac{x^2}{7} - 3y^2 = 0$
Д	Мнимый эллипс	5	5. $5 - 2(x-3)^2 = y^2$
Е	Пара пересекающихся прямых	6	6. $5y^2 + 3(x-1)^2 = 0$
		7	7. $25 - 3x^2 = 3(y+1)^2$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г	Д	Е
3	5	7	1	2	4

Задание №20

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Выберите уравнение параболы, у которой фокус $F(2;0)$,

1. $y^2 = 4x$

2. $y^2 = 2x$

3. $y^2 = 8x$

4. $y^2 = -4x$

Ответ: 3

Обоснование: уравнение параболы, у которой фокус $F(p/2;0)$, а уравнение директрисы $x = -p/2$ имеет вид $y^2 = 2px$, где p - параметр параболы. Из уравнения $p/2=2$ найдем параметр параболы $p=2$ и подставляя его в уравнение, получим вариант 3.

Задание №21

Прочитайте текст и установите соответствие.

В аналитической геометрии в пространстве рассматриваются различные виды уравнений плоскости в зависимости от способа ее задания. **Соотнесите способы задания плоскостей и их уравнений.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Условия		Уравнения	
А	Известна точка $M(x_0; y_0; z_0)$, принадлежащая плоскости и нормальный вектор плоскости: $\vec{n}\{A; B; C\}$	1	$A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0$

Б	Известно, что плоскость пересекает оси координат в точках $M_1(a;0;0)$, $M_2(0; b;0)$, $M_3(0;0; c)$;	2	$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ m & n & p \end{vmatrix} = 0$
В	Известны три точки $M_1(x_1; y_1; z_1)$, $M_2(x_2; y_2; z_2)$, $M_3(x_3; y_3; z_3)$, принадлежащие плоскости;	3	$\begin{vmatrix} x+x_1 & y+y_1 & z+z_1 \\ x_2+x_1 & y_2+y_1 & z_2+z_1 \\ m & n & p \end{vmatrix} = 0$
Г	Известно, что вектор $\vec{l}\{m; n; p\}$ параллелен плоскости, проходящей через точки $M_1(x_1; y_1; z_1)$, $M_2(x_2; y_2; z_2)$	4	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$
Д	Общее уравнение плоскости с нормальным вектором $\vec{n}\{A; B; C\}$	5	$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$
		6	$Ax+By+Cz+D=0$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г	Д
1	4	5	2	6

Задание №22

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Даны две точки $M_1(2; -1; 3)$ и $M_2(4; -2; -1)$. Какая плоскость проходит через точку M_1 перпендикулярно вектору $\overline{M_1M_2}$

- $2(x-2) + (y+1) + 4(z-3) = 0$
- $2(x-4) - (y+2) - 4(z+1) = 0$
- $2(x-2) - (y+1) - 4(z-3) = 0$
- $3(x-2) - (y+1) - 4(z-3) = 0$

Ответ: 3

Обоснование: воспользуемся уравнением плоскости, проходящей через данную точку, перпендикулярно данному (нормальному) вектору: $A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0$, где (A; B; C) – координаты нормального вектора. За нормальный вектор плоскости возьмем вектор $\overline{M_1M_2} = \{2; -1; -4\}$, подставляя получим вариант 3

Задание №23

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Точки $A(2,3,1)$ и $B(-2,0,1)$ относительно плоскости $x - 2y + z + 3 = 0$ лежат

- в одном полупространстве;
- в разных полупространствах;
- одна точка лежит в данной плоскости;
- две точки лежат в данной плоскости

Ответ: 4

Обоснование: найдем значения $\Pi(A)$, $\Pi(B)$, подставив координаты точек в уравнение

плоскости, получим: $\Pi(A)=2-6+1+3=0$; $\Pi(B)=-4+1+4=0$, следовательно точки лежат в данной плоскости.

Задание №24

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Угол между прямыми $\frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$ и $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{0}$ равен _____ градусов.

Ответ: 60

Решение: косинус угла между прямыми в пространстве равен отношению скалярного произведения направляющих векторов прямых на произведение длин этих векторов. Координаты направляющего вектора первой прямой (0;1;1), второй (-1;1;0), вычислим, получим косинус угла равен 0,5, следовательно имеем вариант 3.

Задание №25

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Если гипербола проходит через точки $A_1(-3;0)$ и $A_2(3;0)$, причем длина ее мнимой полуоси b в 2 раза меньше длины действительной полуоси a , то значение выражения $\frac{a^2 + 3b}{2b}$ равно:

Ответ: 4,5.

Решение: по условию задачи $a=2b$, $a=3$, следовательно $b=1,5$. Подставим числовые значения в выражение, получим: $(9+4,5)/3=4,5$

Задание №26

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Каков порядок составления уравнения линий

Ответ.

1. Взять произвольную (текущую) точку $M(x, y)$ линии.
2. Записать равенством общее свойство всех точек линии.
3. Входящие в равенство отрезки выразить через текущие координаты точки $M(x, y)$ и через данные задачи.
4. Упростить полученное уравнение и определить вид кривой.

3 семестр

Задание №27

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Уравнение, которое задает гиперболический цилиндр, имеет вид:

1. $x^2 - y^2 - z^2 = 1$
2. $2x^2 - y^2 = 8$
3. $x^2 + y^2 + z^2 = -1$
4. $y^2 - z^2 = -1$
5. $x^2 = 2y$

Ответ: 2,4

Обоснование: гиперболический цилиндр - это цилиндр, образующей которого является гипербола, подходят варианты номер 2,4.

Задание №28

Прочитайте текст и установите соответствие.

Соотнесите названия поверхностей и их уравнениями.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Названия кривых		Уравнения	
А	Параболоид вращения	1	$y^2 - x^2 + 6y + z^2 - 4 = 0$
Б	Эллиптический параболоид	2	$(x - y + 1)^2 - (z + 2)^2 = 0$
В	Точка	3	$z = x^2 + y^2 - 4x + 2y$
Г	Эллиптический цилиндр	4	$3z^2 + x^2 + 9y^2 - 2x + 1 = 0$
Д	Однополосный гиперболоид	5	$x^2 - 6x - 6y^2 + 16y + 9 = 0$
Е	Пара плоскостей	6	$x^2 + 4y^2 - 6x + 16y + 9 = 0$
		7	$z = 4x^2 + 9y^2 - 4x - 6y + 3$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г	Д	Е
3	7	4	6	1	2

Задание 29.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Соотнесите название преобразования пространства с определением.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Названия кривых		Уравнения	
А	Осевая симметрия	1	Отображение плоскости на себя, при котором каждая точка М отображается в такую точку М ₁ , что вектор ММ ₁ равен данному вектору.
Б	Поворот	2	Отображение плоскости на себя, при котором каждая точка М отображается сама на себя.
В	Центральная симметрия	3	Преобразование, которое, точку О переводит в точку О, а любую другую точку М в точку М ₁ , что векторы $OM_1 = k \cdot OM$, где $k \neq 0$.
Г	Параллельный перенос	4	Преобразование, которое каждую точку данной прямой отображает на себя, а любую другую точку М пространства отображает на

			такую точку M_1 , что данная прямая служит серединным перпендикуляром к отрезку MM_1 .
Д	Гомотетия	5	Отображение плоскости на себя, при котором каждая точка M отображается в такую точку M_1 , что $OM = OM_1$ и угол $МOM_1 = \alpha$
		6	Преобразование пространства, которое данную точку отображает на себя, а любую другую точку M отображает на такую точку M_1 , что данная точка является серединой отрезка MM_1 .

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г	Д
4	5	6	1	3

Задание 30.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Прямая задана уравнением $-5x + 6y + 3 = 0$. Выберите из предложенных ниже уравнение линии, симметричной данной прямой относительно оси Ox :

1. $-5x + 6y + 3 = 0$;
2. $5x + 6y - 3 = 0$
3. $5x + 6y + 3 = 0$
4. $5x - 6y + 3 = 0$

Ответ: 2

Обоснование: формулы симметрии относительно оси имеют вид: $x_1 = x$; $y_1 = -y$, подставим в уравнение прямой, получим ответ 2

Задание 31.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Выберите формулы преобразования прямоугольных систем координат, если: $O'(-2;1)$ - координаты нового начала в старой системе; $\alpha = \angle \vec{i}, \vec{i}' = -\frac{\pi}{3}$ - угол поворота осей

к

$$\left. \begin{array}{l} \text{о} \\ \text{р} \end{array} \right\} \begin{cases} x = \frac{1}{2}x' + \frac{\sqrt{3}}{2}y' + 2 \\ y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x' - \frac{1}{2}y' - 1 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{д} \\ \text{и} \end{array} \right\}$$

н

$$\left. \begin{array}{l} \text{а} \\ \text{з} \\ \text{д} \\ \text{е} \end{array} \right\} \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2}x' + \frac{1}{2}y' - 2 \\ y = -\frac{1}{2}x' - \frac{\sqrt{3}}{2}y' + 1 \end{cases}$$

с

и

с

т

е

м

ы

$$3. \begin{cases} x = \frac{1}{2}x' - \frac{\sqrt{3}}{2}y' - 2 \\ y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x' + \frac{1}{2}y' + 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x = \frac{1}{2}x' - \frac{\sqrt{3}}{2}y' - 2 \\ y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x' - \frac{1}{2}y' + 1 \end{cases}$$

Ответ: 3

Обоснование: аналитическим выражением движения являются только формулы номер 3, т.к. определитель, состоящий из коэффициентов системы равен 1. Также, подставляя тригонометрические функции от данного угла, получим верные значения при рассмотрении преобразования с противоположной ориентации.

Задание 32.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Поворот задан формулами: $5x_1 = 3x - 4y + 5$, $5y_1 = 4x + 3y - 10$. Центр поворота имеет координаты:

1. (1, -2);
2. (-1, 2);
3. (-5, 10)
4. (5, -10).

Ответ: 1

Обоснование: преобразуем формулы поворота, получим: $x_1 = 3/5x - 4/5y + 1$, $y_1 = 4/5x + 3/5y - 2$. Центром поворота является новое начало при параллельном переносе осей координат (1; -2), ответ 1.

Задание 33.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Среди приведенных преобразований укажите движение, изменяющие ориентацию плоскости:

1. $x' = -x, y' = y$
2. $x' = y + 1, y' = x + 1$
3. $4x' = x - 4y + 4, 4y' = -3x - 4y + 80$
4. $5x' = 3x - 4y + 6, 5y' = 4x + 3y + 22$

Ответ: 1, 2, 3

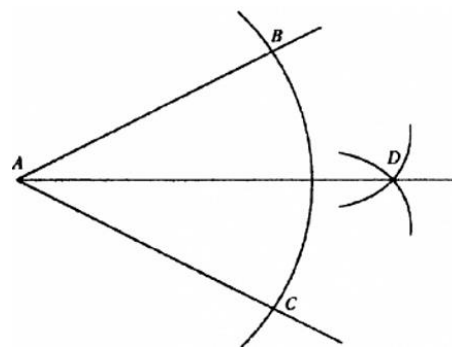
Обоснование: если аналитическое выражение отображения в ортонормированном репере R имеет вид: $x' = a_1x + b_1y + a$; $y' = a_2x + b_2y + b$, то движение меняет ориентацию плоскости, если определитель. Верные ответы 1, 2, 3.

Задание 34.

Прочитайте текст и установите последовательность

Приведите этапы построения биссектрисы угла (см. рисунок):

1. определяем, что AD – это биссектриса угла A ;
2. проводим из точек B и C окружности того же радиуса, что и окружность с центром в точке A ;
3. проводим окружность произвольного радиуса с центром в вершине A данного угла;
4. обозначаем как D точку пересечения окружностей с центрами в точках B и C ;
5. обозначаем как B и C точки пересечения окружности с центром в точке A со сторонами угла.



Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо: 3,5,2,4,1

Задание 35.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

В чем суть метода параллельных сечений для установления формы и свойства поверхностей второго порядка

Ответ: суть метода состоит в том, что поверхности пересекаются плоскостями, параллельными координатным плоскостям, а затем по виду и свойствам получаемых в сечениях линий делается вывод о форме и свойствах самой поверхности

Задание 36.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Для преобразования гомотетия с коэффициентом $k=1/2$ и центром $S(3;1)$ найти образ точки $A(-1;-2)$

Ответ: Воспользуемся аналитическим выражением гомотетии $x_1-3=1/2(x-3)$; $y_1-1=1/2(y-1)$. Чтобы найти координаты и образа точки надо положить $x=-1$; $y=2$. Тогда $x_1=1$; $y_1=3/2$

4 семестр.

Задание 37.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Проективным репером на плоскости называется ...

1. любая система точек общего положения в проективном пространстве
2. множество всех коллинеарных между собой векторов векторного пространства
3. любой базис векторного пространства, порождающего данное проективное пространство
4. множество всех гомотетичных между собой базисов векторного пространства

Ответ 1.

Обоснование: упорядоченная система точек E_1, E_2, E_3, E , среди которых никакие три не лежат на одной прямой, называется проективным репером на плоскости.

Обозначение: $R(E_1, E_2, E_3, E)$ - проективный репер на плоскости. Названия: E_1, E_2, E_3 - вершины репера или базисные точки, E - единичная точка, $(E_1E_2), (E_1E_3), (E_2E_3)$ - координатные прямые.

Задание 38.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Известно, что A_1B_1 –параллельная проекция AB на плоскость α ; $ABC \in AB$, $C_1 \in A_1B_1$; C_1 - проекция точки C на плоскость α ; $AB=48$ см, $A_1B_1=36$ см.

Соотнесите условия и выводы.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из

правого столбца

Условия		Выводы	
А	АС=24 см	1	$A_1C_1=9$ см
Б	АС=12 см	2	$A_1C_1=6$ см
В	АС=8 см	3	$A_1C_1=27$ см
Г	АС=32 см	4	$A_1C_1=18$ см
		5	$A_1C_1=24$ см

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г
4	1	2	5

Задание 39.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Сумма углов любого треугольника на плоскости Лобачевского

1. всегда равна π
2. не постоянна и меньше π
3. не определена
4. постоянна для каждого треугольника

Ответ: 2

Обоснование: потому что она зависит от размера треугольника. С увеличением длины сторон треугольника сумма его углов уменьшается.

Задание 40.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Если прямые a и b плоскости Лобачевского составляют с третьей прямой с соответственно равные углы, то прямые a и b

1. параллельны
2. пересекаются
3. сверхпараллельны
4. равноудалены от c

Ответ: 3

Обоснование Потому что в геометрии Лобачевского если две прямые при пересечении с третьей образуют равные соответственные углы, то эти прямые сверхпараллельны.

Задание 41.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Среди приведенных преобразований укажите движение, изменяющие ориентацию плоскости:

1. $x' = -x, y' = y$
2. $x' = y + 1, y' = x + 1$

3. $4x' = x - 4y + 4, 4y' = -3x - 4y + 80$

4. $5x' = 3x - 4y + 6, 5y' = 4x + 3y + 22$

Ответ: 1,2,3

Обоснование: если аналитическое выражение отображения в ортонормированном репере R имеет вид: $x' = a_1x + b_1y + a$; $y' = a_2x + b_2y + b$, то движение меняет ориентацию плоскости, если определитель. Верные ответы 1,2,3.

Задание 42.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Утверждением, эквивалентным аксиоме параллельности является:

1. Преобразование симметрии относительно точки является движением.
2. Угол, вписанный в окружность, равен половине соответствующего центрального угла.
3. Прямая, пересекающая одну из параллельных прямых, пересекает и вторую.
4. Первый признак равенства треугольников

Ответ: 3

Обоснование: утверждение 3 подтверждается аксиомой параллельности.

Задание 43.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Геометрии Евклида, Лобачевского и Римана отличаются количеством прямых, которые можно провести в плоскости через внешнюю к данной прямой точку так, чтобы они пересекали данную прямую.

Соотнесите имя создателя геометрии с его аксиомой о количестве прямых.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Количество прямых		Геометрия	
А	По меньшей мере две (а значит бесконечно много прямых)	1	Гильберта
Б	Любые две прямые на плоскости пересекаются и параллельных прямых не существует	2	Лобачевского
В	Существует единственная прямая, не пересекающая данную прямую, проходящая через данную точку	3	Римана
Г		4	Евклида

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
2	4	3

Задание 44.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Сформулируйте план построения изображение n – угольной пирамиды в параллельной проекции

Ответ: 1. Строим изображение многоугольника, являющегося основанием пирамиды; 2 выбираем произвольную точку, являющуюся изображением вершины пирамиды (по теореме Польке-Шварца) и строим изображение боковых ребер; 3 если условием задачи определено положение высоты, то сначала строим изображение прямой, на которой находится высота пирамиды, а затем на ней произвольно выбираем вершину.

Задание 45.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Почему Пятый постулат нельзя доказать, т.е. вывести из абсолютной геометрии

Ответ: если бы пятый постулат Евклида можно было бы вывести из абсолютной геометрии, то в геометрии Лобачевского оказались бы два противоречащих друг другу предложения.

Задание 46.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Из-за загрязнения окружающей среды и появления озоновых дыр ученые прогнозировали на западном полушарии Земли потепление. Они описали его приблизительно размеры с использованием параллель и меридиан. Найти сумму углов предполагаемой зоны потепления, чтобы в дальнейшем высчитать ее точную площадь.

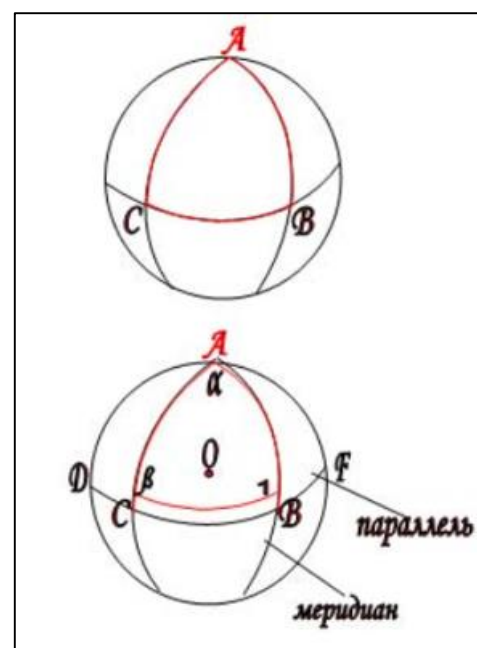
Ответ: 225

Решение:

Дано: сфера с центром O и радиусом R ; угол α (A) $= 45^\circ$; треугольник ABC .

Найти: Сумму углов ABC , образованного двумя меридианами и параллелью

Решение. AC перпендикулярно DF (как меридианы), следовательно угол β (B) и угол α (A) $= 90^\circ$, тогда сумма углов в треугольнике ABC равна $\text{угол } (A) + \text{угол } (B) + \text{угол } (1) = 90^\circ * 2 + 45 = 225$ градусов.



Задание 47.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Построение изображений пространственных фигур основывается на двух теоремах. Теорема 1 (Польке — Шварца) и Теорема 2 (Польке). Сформулируйте эти теоремы.

Ответ: Теорема 1. Всякий плоский четырехугольник вместе со своими диагоналями является изображением тетраэдра любой произвольной формы.

Теорема 2. Любые три отрезка плоскости, исходящие из одной точки, являются изображением любых трех отрезков пространства, имеющих общее начало, в том числе три попарно ортогональных и равных отрезка

ОПК 8.1 Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в том числе в предметной области

Задание 1.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Если векторы $\vec{a}\{a_x; a_y; a_z\}$, $\vec{b}\{b_x; b_y; b_z\}$, $\vec{c}\{c_x; c_y; c_z\}$ образуют базис, то:

1.

$$\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = 0$$

2.

$$\begin{vmatrix} a_x & b_x & c_x \\ a_y & b_y & c_y \\ a_z & b_z & c_z \end{vmatrix} \neq 0$$

3.

$$a_x b_x c_x + a_y b_y c_y + a_z b_z c_z = 0$$

4.

$$a_x b_x c_x a_y b_y c_y a_z b_z c_z = 0$$

Ответ: 2

Обоснование: система, состоящая из трех некопланарных векторов пространства, заданных в определённом порядке образуют в пространстве базис, смешанное произведение некопланарных векторов не равно нулю (номер 2).

Задание 2.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Даны три вершины параллелограмма $A(1;-2;2)$, $B(2;0;5)$, $C(1;-3;5)$. Длина диагонали AC равна:

1. $\sqrt{38}$

2. $\sqrt{10}$

3. $\sqrt{8}$

4. $\sqrt{13}$

Ответ: 1

Обоснование: по формуле нахождения координат вектора, заданного своим началом и концом, найдем координаты векторов – сторон параллелограмма $\vec{AB}(1;2;3)$ и $\vec{BC}(0;-1;3)$. По правилу суммы вектор диагонали $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$. По формуле нахождения координат суммы двух векторов (координаты суммы векторов равны сумме соответствующих координат),

найдем координаты вектора $AC \{1;1;6\}$. Длина вектора есть корень квадратный из суммы квадратов его координат, получим ответ 1

Задание 3.

Прочитайте текст и установите последовательность.

Дан треугольник ABC с вершинами $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$, длина медианы AM находится по формуле:

1. $\sqrt{\left(\frac{x_2 + x_3}{2} - x_1\right)^2 + \left(\frac{y_2 + y_3}{2} - y_1\right)^2}$

2. $\sqrt{(x_1 + x_2 + x_3)^2 + (y_1 + y_2 + y_3)^2}$

3. $\sqrt{\left(\frac{x_1 + x_2}{2} + x_3\right)^2 + \left(\frac{y_1 + y_2}{2} + y_3\right)^2}$

4. $\sqrt{\left(\frac{x_2 + x_3 + x_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{y_2 + y_3 + y_1}{2}\right)^2}$

Ответ: 1

Обоснование: длина медианы равна корню квадратного из суммы квадратов разности соответствующих координат точек A и M , где точка M – середина BC , ее координаты находим по формулам середины отрезка: $x=(x_1+x_2)/2$; $y=(y_1+y_2)/2$, получим номер 1.

Задание 4.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Направляющие косинусы для вектора \vec{a} равны $\cos\alpha = \frac{1}{2}$, $\cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

γ -угол между вектором \vec{a} и осью OZ равен:

1. 60°

2. 30°

3. 90°

4. 0°

Обоснование: из основного свойства направляющих косинусов – сумма квадратов направляющих косинусов равна 1, выразим косинус угла γ , получим 0, отсюда угол между вектором и осью OZ равен 90° градусов.

Ответ: 3

Задание 5.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Координаты точки, симметричной точке $A\left(3; -\frac{3}{4}\pi\right)$ (заданной в полярной системе координат), относительно полярного полюса, равны....

1. $B\left(3; \frac{3}{4}\pi\right)$

2. $B\left(3; \frac{\pi}{4}\right)$

3. $B\left(\frac{\pi}{4}; 3\right)$

4. $B\left(-3; \frac{3}{4}\pi\right)$

Ответ: 2

Обоснование: координаты точек симметричных относительно полярного полюса отличаются только полярными углами на число π , тогда $(-3\pi/4) + \pi = \pi/4$ – номер 2.

Задание 6.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Даны векторы: $\vec{a}; \vec{b}$, $\frac{\pi}{3}$ - угол между ними, $|\vec{a}| = 3; |\vec{b}| = 4$, тогда скалярный квадрат $(\vec{a} + \vec{b})^2$

равен:

1. 49;

2. 37 ;

3. 6 ;

4. 12.

Ответ: 2

Обоснование: раскроем скалярный квадрат суммы векторов $a^2 + 2ab + b^2$. Применим:

1. свойство скалярного произведения - скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины;

2. определение скалярного произведения – скалярное произведение равно произведению длин векторов на косинус угла между ними.

В результате получим: $9 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 0,5 + 16 = 37$

Задание 7.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Коллинеарными являются векторы $\vec{a}\{a_x; a_y; a_z\}$, $\vec{b}\{b_x; b_y; b_z\}$

Правильными утверждениями являются:

1. $\vec{a}\{-1; 1; 2\}$, $\vec{b}\{2; 2; 3\}$.

2. $\vec{a}\{-3; 4; -2\}$, $\vec{b}\{-6; 8; -4\}$.

3. $\vec{a}\{-1; 4; 0\}$, $\vec{b}\{5; -20; 0\}$.

$$4. \vec{a} \left\{ -5; 2; -\frac{3}{2} \right\}, \vec{b} \{10; 4; 3\}.$$

$$5. \vec{a} \{ -1; 4; 3 \}, \vec{b} \left\{ -1; -\frac{1}{4}; -3 \right\}.$$

Ответ: 2,3

Обоснование: условие коллинеарности двух векторов – соответствующие координаты векторов пропорциональны. Выбраны варианты: номер 2 ($-3/-6=1/2$, $4/8=1/2$, $-2/-4=1/2$); номер 3 ($-1/5$; $4/-20=-1/5$)

Задание 8.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Если векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол α , то проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} находят по формуле:

Правильными утверждениями являются:

$$1. \text{пр}_{\vec{b}} \vec{a} = |\vec{a}| \cos \alpha$$

$$2. \text{пр}_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$$

$$3. \text{пр}_{\vec{b}} \vec{a} = |\vec{b}| \cos \alpha$$

$$4. \text{пр}_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|}$$

$$5. \text{пр}_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|}$$

Ответ: 1,2

Обоснование: выбраны варианты: номер 1 (проекция вектора на ось (вектор) равна произведению длины вектора на угол между осью (вектором) и осью); номер 2 (проекция вектора на направление другого равна отношению скалярного произведения векторов к длине вектора на который проектируют)

Задание 9.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Пусть в пространстве заданы три вектора $\vec{a} \{a_x; a_y; a_z\}$, $\vec{b} \{b_x; b_y; b_z\}$, $\vec{c} \{c_x; c_y; c_z\}$. В векторной алгебре известны прикладные задачи, которые можно решить с применением формул по теме произведение векторов. **Соотнесите задачи и формулы.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Задача		Формула	
А	Площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} равна...	1	$\frac{1}{3} \vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{c} $

Б	Площадь грани пирамиды, построенной на векторах \vec{a} и \vec{c} равна.....	2	$ \vec{c} \times \vec{b} \cdot \vec{a} $
В	Объем параллелепипеда, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} и \vec{c} равен....	3	$\frac{1}{2} \vec{a} \times \vec{c} $
Г	Объем пирамиды, построенного на векторах \vec{a}, \vec{b} и \vec{c} равен....	4	$\vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$
Д	Векторы \vec{a}, \vec{b} и \vec{c} компланарные, если....	5	$ \vec{a} \times \vec{b} $
		6	$\frac{1}{6} \vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{c} $

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г	Д
5	6	2	6	4

Задание 10.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны пары векторов с заданными координатами. Определите их названия

Соотнесите векторы и их названия.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Векторы		Названия	
А	(-2; 1) и (-6; 3)	1	Векторы сонаправлены
Б	(-2; 1) и (4; -2)	2	Векторы противоположны
В	(3; -5) и (-3; 5)	3	Векторы перпендикулярны
Г	(2; 5) и (-5; 2)	4	Векторы компланарные
		5	Векторы противоположно направлены

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г
1	5	2	3

Задание 11.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Каков физический смысл скалярного и векторного произведения двух векторов.

Ответ:

1. Работа постоянной силы на прямолинейном участке пути равна скалярному произведению вектора силы на вектор перемещения. $A = \vec{F} * \vec{S}$;

2. Если вектор силы \vec{F} приложен к точке М, то момент силы относительно точки О равен векторному произведению радиус-вектора, проведенного от этой точки до точки приложения силы M , и самой силы. $M = \vec{r} * \vec{F}$

Задание 12.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Точка $M(x; y)$ лежит на оси OX и равноудалена от точки $B(-1; -2)$ и начала координат. Тогда абсцисса точки M равна _____

Ответ: $-2,5$.

Решение. Так как точка $M(x; y)$ лежит на оси OX , то ее ордината $y=0$. Точка $M(x; 0)$ равноудалена от точки $B(-1; -2)$ и начала координат $O(0; 0)$, следовательно, расстояния от точки M до точек $B(-1; -2)$ и $O(0; 0)$ равны $|MB|=|MO|$. Подставим координаты точек в формулы расстояний, получим уравнение $(x+1)^2+4=x^2$, из которого найдем $x=-2,5$

Задание 13.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Если векторы $\vec{a}\{2; -4; 6\}$, $\vec{b}\{3; n; -5\}$ перпендикулярны, то значение n равно _____

Ответ: -8 .

Решение. Если два вектора перпендикулярны, то их скалярное произведение равно нулю. Скалярное произведение через координаты равно сумме произведений соответствующих координат, получим уравнение: $2*3-4*n+6*(-5)=0$ из которого найдем $n=-8$.

2 семестр

Задание №14

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

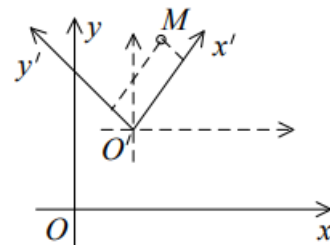
На рисунке имеем преобразование системы координат, укажите формулы нахождения координат точки $M(x; y)$ в старой системе $\{O, \vec{i}, \vec{j}\}$ через координаты x', y' в новой системе $\{O', \vec{i}', \vec{j}'\}$:

$$\begin{cases} x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha + x_0 \\ y = x' \sin \alpha + y' \cos \alpha + y_0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x = x' \cos \alpha + y' \sin \alpha + x_0 \\ y = x' \sin \alpha - y' \cos \alpha + y_0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha \\ y = x' \sin \alpha + y' \cos \alpha \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x = x' \cos \alpha + y' \sin \alpha - x_0 \\ y = x' \sin \alpha - y' \cos \alpha - y_0 \end{cases}$$



Ответ: 1.

Обоснование: на рисунке старая и новая прямоугольные системы координат имеют одинаковую ориентацию, тогда формулы нахождения координат точки $M(x; y)$ в старой системе через координаты x', y' в новой при параллельном сдвиге осей координат и с последующим их поворотом на угол альфа имеют вид, указанный под номером 1.

Задание №15

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Уравнение $y=a$ в полярных координатах имеет вид:

$$1. r = a \sin \varphi$$

$$2. r = tg \frac{a}{\pi}$$

$$3. r = \frac{a}{\sin \varphi}$$

$$4. r = atg \frac{a}{\pi}$$

Ответ: 3.

Обоснование: Подставим формулу взаимосвязи между полярными и декартовыми системами координат $y=r*\sin\varphi$ в исходное уравнение $y = a$, получим $a=r*\sin\varphi$, отсюда выбран вариант 3.

Задание №16

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Для уравнения прямой $Ax+By+C=0$, выберите верные выражения:

Правильными утверждениями являются:

1. $\vec{n}\{A; B\}$ - нормальный вектор прямой

2. $\vec{s}\{A; B\}$ - направляющий вектор прямой

3. $k = -\frac{A}{B}$ - угловой коэффициент прямой

4. $\vec{s}\{-B; A\}$ -направляющий вектор прямой

5. $\vec{n}\{-B; A\}$ - нормальный вектор прямой

6. $k = -\frac{B}{A}$ - угловой коэффициент прямой.

Ответ: 1,3,4

Обоснование: выбраны варианты: номер 1 (нормальный вектор прямой имеет координаты $(A; B)$); номер 3 (приводим общее уравнение прямой к уравнению с угловым коэффициентом $y=kx+b$); номер 4 (направляющий вектор прямой имеет координаты $(-B;A)$).

Задание №17

Прочитайте текст и установите соответствие.

Взаимное расположение двух прямых на плоскости можно установить по уравнениям прямых. **Соотнесите взаимное расположение прямых к их уравнениям.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Взаимное расположение		Уравнения	
А	Прямые совпадают	1	$l_1 : 7x - 2y - 8 = 0$ $l_2 : \frac{x}{7} + \frac{y}{2} = 1$
Б	Прямые перпендикулярны	2	$l_1 : 5x - y - 2 = 0$ $l_2 : \frac{x-5}{5} = \frac{y-1}{-2}$
В	Прямые параллельны	3	$l_1 : 4x - 3y - 5 = 0$

			$l_2 : 8x - 6y - 10 = 0$
		4	$l_1 : 6x - 4y + 7 = 0$ $l_2 : y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
4	1	3

Задание №18

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Прямая, проходящая через точку $M(1; -2)$ перпендикулярно прямой $2x + 3y - 3 = 0$ имеет вид:

1. $2x + 3y + 4 = 0$
2. $3x - 2y + 1 = 0$;
3. $3x - 2y - 7 = 0$
4. $3x + 2y + 7 = 0$

Ответ: 3

Обоснование: Воспользуемся уравнением прямой, проходящей через данную точку в данном направлении $y - y_0 = k(x - x_0)$. Т.к. прямые перпендикулярны, то произведение их угловых коэффициентов равно -1 . Из уравнения второй прямой найдем угловой коэффициент $-2/3$, тогда угловой коэффициент искомой прямой равен $3/2$. Подставляя в уравнение найденный угловой коэффициент и координаты точки M , получим номер

Задание №19

Прочитайте текст и установите соответствие.

В аналитической геометрии выполнен вывод и анализ уравнений кривых второго порядка трех типов: эллиптический, гиперболический и параболический. **Соотнесите названия кривых и их уравнений.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Названия кривых		Уравнения	
А	Эллипс	1	$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$
Б	Окружность	2	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = -1$
В	Парабола	3	$(x - x_0)^2 = 2py$
Г	Гипербола	4	$x^2 + y^2 = R^2$
Д	Пара пересекающихся прямых	5	$\frac{a^2}{x^2} + \frac{b^2}{y^2} = 1$
Е	Мнимый эллипс		$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$
--	---

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г	Д	Е
6	4	3	1	7	2

Задание №20

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Уравнением кривой второго порядка $2x^2 + 5y^2 + 12x + 8 = 0$ на плоскости определяется?

Указать квадрат длины большей полуоси, координаты нового начала в старой системе координат.

1. эллипс; $a^2=5$; $O'(-3;0)$
2. гипербола; $a^2=25$; $O'(3;0)$
3. эллипс; $a^2=25$; $O'(3;0)$
4. гипербола; $b^2=4$; $O'(-3;0)$

Ответ: 1

Обоснование: уравнение кривой задает эллипс, т.к. произведение $AB=2*5=10$ – положительное. Приведем уравнение к каноническому виду, дополнив до полного квадрата, получим уравнение эллипса $(x+3)^2/5 + y^2/2 = 1$ с параллельным переносом в точку $(-3;0)$.

Задание №21

Прочитайте текст и установите соответствие.

В аналитической геометрии на плоскости рассматривают три основных вида кривых второго порядка: эллиптический, гиперболический и параболический. **Соотнесите названия кривых с их определениями.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Название кривой		Определение	
А	Эллипс	1	Геометрическое место точек, разности расстояний от которых до директрисы равны;
Б	Окружность	2	Геометрическое место точек, модуль разностей расстояний от которых до фокусов равны;
В	Парабола	3	Геометрическое место точек, суммы расстояний от которых до фокусов равны;
Г	Гипербола	4	Геометрическое место точек, равноудаленных от данной точки;
		5	Геометрическое место точек, равноудаленных от фокуса и директрисы.

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г
3	4	5	2

Задание №22

Прочитайте текст и установите соответствие.

Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве определяется рядом условий: параллельности, перпендикулярности, а также нахождение угла. Указанные условия можно

проверить, используя коэффициенты в уравнениях прямых и плоскостей. Даны каноническое уравнение прямой $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$ и общее уравнение плоскости $Ax+By+Cz+D=0$. Соотнесите условия взаимного расположения прямой и плоскости с формулами проверки этих условий.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Условия		Формулы	
А	Параллельна плоскости;	1	$\frac{A}{l} = \frac{B}{m} = \frac{C}{n}$
Б	Прямая перпендикулярна плоскости;	2	$\cos \alpha = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$
В	Образует с плоскостью угол α ;	3	$Al + Bm + Cn = 0$
		4	$ABC = lmn$
		5	$\sin \alpha = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
1	3	5

Задание №23

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Уравнение плоскости, проходящей через точку $B(3; -1; 1)$ параллельно оси OY , имеет вид:

1. $2x + y - 5z = 0$

2. $y + 1 = 0$

3. $2x - 3z - 3 = 0$

4. $y + z = 0$

Ответ: 4

Обоснование: общее уравнение плоскости, параллельной оси OY , имеет вид: $Ax + Cz + D = 0$.

Из предложенных вариантов подходят два 3 и 4. Выполним проверку, подставим координаты точки $B(3; -1; 1)$: номер 3 (не подходит); номер 4 ($1 - 1 = 0$ – подходит).

Задание №24

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Даны уравнения гиперболы $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1$ и эллипса $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$, произведение их

эксцентриситетов равно _____

Ответ: 1.

Решение. Найдем эксцентриситеты кривых по формуле $2c/2a$, где $2c$ – фокусное расстояние: для гиперболы $c^2 = a^2 + b^2$, получим $c = 13$, эксцентриситет $13/5$; для эллипса $c^2 = a^2 - b^2$ ($a > b$), получим $c = 5$, эксцентриситет $5/13$. Перемножим, получим 1.

Задание №25

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Прямые $\frac{x-3}{l} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}$ и $\begin{cases} x = t \\ y = 2t + 1 \\ z = 3t - 5 \end{cases}$ перпендикулярны, если l равно _____

Ответ: 3.

Решение. Прямые перпендикулярны, если скалярное произведение их направляющих векторов равно нулю. Координаты направляющего вектора первой прямой $\{l; -3; 1\}$, второго $\{1; 2; 3\}$. Выразим скалярное произведение через координаты, получим уравнение:

$$l \cdot 1 + (-3) \cdot 2 + 1 \cdot 3 = 0, \text{ получим } l = 3$$

Задание №26

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Каким образом осуществляется переход от общего уравнения прямой

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D = 0 \end{cases} \text{ к каноническому } \frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$$

Ответ: Для перехода от общего уравнения прямой к каноническому, необходимо найти координаты ее направляющего вектора $s \{m;n;p\}$ и любой точки $M(x_0;y_0;z_0)$ этой прямой.

1. Направляющий вектор прямой ортогонален нормальным векторам обеих плоскостей, следовательно является результатом их векторного произведения $S = [n_1n_2]$.

2. Координаты точки прямой являются частным решением системы общего уравнения прямой, состоящей из двух уравнений с двумя неизвестными. Пусть одна переменная является свободной, например $z=0$, тогда решив систему с двумя неизвестными, получим координаты точки М.

3 семестр.

Задание №27

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Составить уравнение конической поверхности, вершиной которой служит точка $M(0;0;1)$, а

направляющей – эллипс $\begin{cases} \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ z = 3 \end{cases}$

1. $\frac{y^2}{9} + \frac{x^2}{25} - \frac{z^2}{25} = 1$

2. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} - \frac{z^2}{9} = -1$

3. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} + \frac{z^2}{9} = 0$

4. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} - \frac{z^2}{9} = 0$

Ответ: 4

Обоснование: уравнение конической поверхности имеет вид $x^2/a^2 + y^2/b^2 - z^2/c^2 = 0$. Подставим условия данной в задаче системы в уравнение, получим уравнение относительно параметра c : $c^2=9$, отсюда $c=3$. Учитывая, что вершиной конуса является точка $M(0;0;1)$, получим правильный ответ 4.

Задание №2

Прочитайте текст и установите соответствие.

Соотнесите названия поверхностей второго порядка и уравнениями

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Названия кривых		Уравнения	
А	Параболический цилиндр с образующей параллельной оси OX	1	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$
Б	Гиперболический параболоид	2	$\frac{z^2}{c^2} + \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
В	Двуполостный гиперболоид вытянут вдоль оси OX	3	$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = -1$
Г	Мнимый эллиптический цилиндр с образующей параллельной оси OX	4	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$
Д	Гиперболический цилиндр с образующей параллельной оси OZ	5	$y^2 = -2z$
Е	Однополостный гиперболоид вытянут вдоль оси OY	6	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} + 1 = 0$
		7	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г	Д	Е
5	7	3	6	1	2

Задание 28.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Среди приведённых преобразований указать движения, сохраняющие ориентацию плоскости:

- $15x_1 = 3x + 5y + 30, 2y_1 = x + 2y - 12$
- $3x_1 = x - 3y + 5, 3y_1 = 2x + 3y - 15$
- $x_1 = x; y_1 = y$
- $2x_1 = 6x - 2y + 5, 3y_1 = -6x + 3y - 15.$

Ответ: 2,3,4

Обоснование: если аналитическое выражение отображения в ортонормированном репере R имеет вид: $x' = a_1x + b_1y + a$; $y' = a_2x + b_2y + b$, то движение сохраняет ориентацию плоскости, если определитель, состоящий из коэффициентов при неизвестных равен 1. Выберем верные ответы: в номерах 2,3,4 определитель равен 1, следовательно движения сохраняют ориентацию.

Задание 29.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Равносторонний треугольник ABC со стороной 2 подвергается параллельному переносу на вектор $1/2AC$. Тогда площадь фигуры F_1 – пересечения исходного и полученного треугольников равна:

1. $\frac{\sqrt{3}}{4}$
2. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. $\frac{1}{4}$
4. $\sqrt{3}$

Ответ: 1

Обоснование: пересечение исходного и полученного треугольника есть правильный треугольник со стороной 1, площадь соответствует варианту 1.

Задание 30.

Прочитайте текст и установите последовательность

Перечислите этапы решения задачи на построение и их краткое содержание.

1. Анализ — поиск решения задачи.
2. Построение — указание последовательности основных построений, приводящих к построению искомой фигуры.
3. Доказательство — необходимо доказать, что построенная фигура действительно удовлетворяет всем условиям, поставленным в задаче.
4. Исследование — выполняя построение, как правило, получаем лишь одну искомую фигуру.

Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо: 1,2,3,4

Задание 31.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

1. Центр поворота, при котором точка A переходит в точку B , лежит на среднем перпендикуляре к отрезку AB
2. При осевой симметрии два соответственных отрезка параллельны
3. При осевой симметрии два соответственных луча сонаправлены
4. Прямоугольник имеет две оси симметрии, это две его диагонали
5. Прямоугольник имеет две оси симметрии, это два срединных перпендикуляра к его сторонам

Ответ: 1,5.

Обоснование: из определения и свойства осевой симметрии, получаем верные ответы 1,5.

Задание 32.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Угол ABC равен 38° . При гомотетии с коэффициентом равны 2, угол ABC переходит в угол $A_1B_1C_1$. Найдите величину угла $A_1B_1C_1$.

- 1.76
- 2.38
- 3.19
- 4.86

Ответ: 2

Обоснование: гомотетия является частным случаем подобия. Подобие сохраняет величину угла, следовательно верный ответ 2

Задание 33.

Соотнесите названия вида движения и его аналитическим выражением

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Названия кривых		Уравнения	
А	Тождественное преобразование	1	$x' = x + 6, y' = y - 4$
Б	Параллельный перенос	2	$x' = x, y' = -y$
В	Поворот	3	$2x' = \sqrt{2}x - \sqrt{2}y, 2y' = \sqrt{2}x + \sqrt{2}y$
Г	Осевая симметрия	4	$2x' = \sqrt{3}x - y, 2y' = \sqrt{3}x + y$
Д	Скользкая симметрия	5	$x' = x, 2y' = 2y$
Е		6	$x' = x - 4, y' = -y$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г	Д
5	1	3	2	6

Задание 34.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Задача на построение – это ...

1. описание некоторой ситуации на естественном языке с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации, установить наличие или отсутствие некоторого отношения между компонентами или определить вид этого отношения;
2. это утверждение, которое необходимо доказать с помощью аксиом и теорем;
3. задача, в которой требуется построить геометрический объект, пользуясь только двумя инструментами: циркулем и линейкой (односторонней и без делений)
4. это процесс построения модели объекта, совокупность математических соотношений, описывающих поведение и свойства объекта.

Ответ: 3

Обоснование: задача, в которой требуется построить геометрический объект, пользуясь только двумя инструментами: циркулем и линейкой (односторонней и без делений)

Задание 35.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Сформулируйте теорему Шаля о движении плоскости.

Ответ: теорема Шаля. Любое движение плоскости, сохраняющее ориентацию, является или параллельным переносом, или поворотом. Любое движение плоскости, изменяющее ориентацию, является или осевой симметрией, или скользящей симметрией.

Задание 36.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Линия, которая получается в сечении поверхности $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{4} = 1$ и плоскостью $y=2z+2$,

это - _____

Ответ: парабола

Решение. Данная поверхность – однополостный гиперболоид. Подставим уравнение плоскости в уравнение поверхности, упростим получим: $x^2=9z$. Это уравнение проекции данной линии на плоскость Oxz , задает параболу, следовательно искомая линия тоже парабола.

4 семестр.

Задание 37.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Формулы преобразования проективных координат для случая согласованных систем имеют вид...

1. $\lambda x^a = c_\beta^a y^\beta$
2. $\lambda x^a = c_\alpha^\beta y^\beta$
3. $\lambda x^a = \rho_\beta c_\beta^a y^\alpha$
4. $\lambda x^a = \rho_\alpha c_\alpha^\beta y^\beta$

Ответ: 1

Обоснование: согласно формулам преобразования проективных координат для согласованных систем

Задание 38.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Известно, что $\Delta A_1 B_1 C_1$ является параллельной проекцией ΔABC на плоскость α ; AM , AK , AN - медиана, биссектриса, высота ΔABC соответственно; M_1 , K_1 , N_1 - проекции точек M , K , N соответственно на плоскость α . Укажите правильные утверждения.

1. Если ΔABC - правильный, то $\Delta A_1 B_1 C_1$ - правильный.
2. Если ΔABC - прямоугольный, то $\Delta A_1 B_1 C_1$ - прямоугольный.

3. Если AM - медиана $\triangle ABC$, то A_1M_1 - медиана $\triangle A_1B_1C_1$.
4. Если AK - биссектриса $\triangle ABC$, то A_1K_1 - биссектриса $\triangle A_1B_1C_1$.
5. Если AN - высота $\triangle ABC$, то A_1N_1 - высота $\triangle A_1B_1C_1$.
6. Если $BK : KC = 2:3$, то $B_1K_1 : K_1C_1 = 2:3$.
7. Если $\angle A = 30^\circ$ и $BC = 20$ см, то $\angle A_1 = 30^\circ$ и $B_1C_1 = 20$ см.

Ответ: 3,6

Обоснование: выберем верные ответы: номер 3,6 – верно (сохраняется отношение отрезков, лежащих на параллельных прямых или на одной прямой); остальные ответы неверно, так номер 1,2 - неверно (параллельной проекцией прямоугольного и равностороннего треугольника может является произвольный треугольник);

Задание 39.

Прочитайте текст и установите последовательность

Перечислите этапы построения любой аксиоматической теории

1. Перечисляются основные понятия-основные образы и основные отношения
2. Приводится список аксиом-предложений, в которых фиксируются некоторые свойства основных понятии, необходимые для построения теории
3. Из аксиом при помощи лишь одних логических законов получают последующие предложения (теоремы)
4. Через основные понятия (раннее вводимые) необходимо определить понятия, не являющиеся основными.

Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо: 1,2,3,4

Задание 40.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Выберите правильную формулировку аксиомы о параллельных:

1. через точку, не лежащую на данной прямой, нельзя провести более одной прямой, параллельной этой заданной прямой
2. через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести более одной прямой, параллельной этой заданной прямой
3. через точку, не лежащую на данной прямой, нельзя провести ни одной прямой, параллельной этой заданной прямой
4. через точку, не лежащую на данной прямой, нельзя провести несколько прямых, параллельной этой заданной прямой

Ответ: 1

Обоснование: согласно аксиоме о параллельных прямых

Задание 41.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Какие утверждения верны на плоскости Лобачевского

1. через точку, не принадлежащую прямой, можно провести не менее двух прямых, не пересекающих эту прямую.
2. сумма углов треугольника меньше π .
3. Внешний угол треугольника по плоскости Лобачевского больше суммы двух внутренних углов, не смежных с ним.
4. На плоскости Лобачевского средняя линия треугольника меньше половины основания.

Ответ: 1,2,3,4

Обоснование: согласно аксиомам геометрии Лобачевского

Задание 42.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Плоскость Лобачевского реализуется в евклидовом пространстве

1. только в модели Пуанкаре на полуплоскости
2. в модели Пуанкаре на полуплоскости; в модели Пуанкаре в круге; в модели Бельтрами-Клейна в круге; в модели псевдосферы; в модели на одной плоскости двуполостного гиперboloида
3. в модели Бельтрами-Клейна в круге; в модели псевдосферы; в модели на одной плоскости двуполостного гиперboloида
4. только в модели псевдосферы

Ответ: 2

Обоснование: потому что она зависит от размера треугольника. С увеличением длины сторон треугольника сумма его углов уменьшается.

Задание 43.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Утверждением, эквивалентным аксиоме параллельности является:

1. Сумма углов треугольника $\geq 180^\circ$.
2. Сумма углов треугольника $< 180^\circ$.

3. Перпендикуляры к одной прямой не пересекаются.

4. Теорема косинусов.

Ответ: 3

Обоснование: утверждение 3 подтверждается аксиомой параллельности.

Задание 44.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Два спутника связи запустили на орбиту. Чтобы понять, пересекаются ли их зоны покрытия, необходимо доказать, что любые две прямые пересекаются (см. рис.)

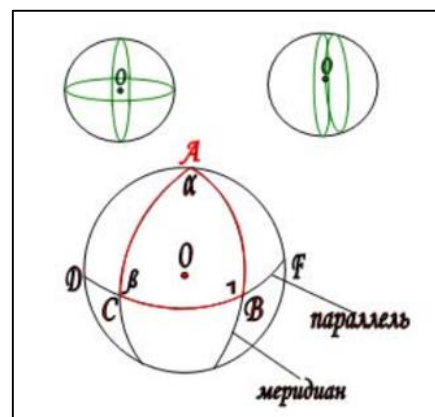
Решение. В сферической геометрии окружность максимального радиуса называется «прямой линией»

Дано: сфера с центром O и радиусом R , две прямые на сфере

Доказать: любые прямые пересекаются

Доказательство:

Вторая «прямая» полностью лежит в одной из полусфер, потому что первая «прямая» делит сферу на две половины. Поэтому ее радиус $r < R$ сферы, т.е. это не «прямая», а окружность, следовательно вторая «прямая» не является прямой. Тогда любые две «прямые» пересекаются на сфере, что и требовалось доказать.



Задание 45.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Ортогональной проекцией окружности является _____.

Ответ: эллипс

Обоснование: ортогональной проекцией окружности является эллипс, большая ось которого равна диаметру, а малая равна диаметру, умноженному на косинус угла между плоскостью окружности и плоскостью проекций.

Задание 46.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

В чем суть метода следа при построении сечения многогранника. Перечислите этапы построения секущей плоскостью главного следа.

Ответ: суть метода следа – восстановить следы секущей плоскости (сп) на ребрах и гранях МГ с помощью построения следа с/п на основание многогранника (главного следа).

Построение главного следа: 1) в с/п выбрать пару прямых a и b , не параллельных опорной; 2) построить их проекции a_1 и b_2 на опорную плоскость; 3) найти точки пересечения: $A = a_1$ и a , $B = b_1$ и b ; 4) провести прямую AB – след с/п на выбранной опорной плоскости.