МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ПРИМОРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРАРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПРИНЯТО
на заседании Ученого Совета
ФГБОУ ВО Приморский ГАТУ
Протокол № 17
от 26. 06. 2023 г.

УТВЕРЖДАЮ
Ректор ФГБОУ ВО Приморский ГАТУ
_____________ А. Э. Комин

26. 06. 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
(код и наименование направления подготовки)

Математика и физика
(направленность (профиль) подготовки)

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

г. Уссурийск 2023

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессеосвоения образовательной программы

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

a. модели контролируемых компетенций

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля):

Код компетенции	Наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции
Общепрофессиональные компетенции			
ОПК-5	Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	ОПК 5.2	Осуществляет контроль и оценку образовательных результатов на основе принципов объективности и достоверности
ОПК-8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК 8.1	Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в том числе в предметной области

b. требование к результатам освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

– методы и способы контроля и оценки образовательных результатов по дисциплине «математический анализ» на основе принципов объективности и достоверности (ОПК 5.2);

– основные понятия, факты математического анализа, необходимые для осуществления профессиональной педагогической деятельности при преподавании математических дисциплин; методологию и инструментарий дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных; теорию числовых и функциональных рядов; методы решения математических задач и уравнений (ОПК 8.1);

уметь:

– использовать различные средства определения образовательных результатов обучающихся по дисциплине «математический анализ», выбирая для этого формы, наиболее целесообразные с точки зрения их эффективности; оперировать специальными научными знаниями математического анализа в профессиональном общении и предметной области (ОПК 5.2);

– решать задачи и применять методы математического анализа для решения задач, возникающих в процессе осуществления профессиональной педагогической деятельности; применять инструментарий математического анализа для осуществления профессиональной педагогической деятельности;

дифференцировать и интегрировать функции одного и нескольких переменных; исследовать функции и строить графики; применять интегральное и дифференциальное исчисления функции одной и нескольких переменных к решению задач; находить разложения функций в ряды; самостоятельно работать с математической литературой (ОПК 8.1).

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различныхэтапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 1 − Оценка контролируемой компетенции дисциплины (модуля)

№ п/п	Код контролируемой компетенции (индикатора достижения компетенции)	Контролируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства
1	ОПК 5.2	*Знать*: методы и способы контроля и оценки образовательных результатов по дисциплине «математический анализ» на основе принципов объективности и достоверности	Опрос (устно) Тест (письменно)
		Уметь: использовать различные средства определения образовательных результатов обучающихся по дисциплине «математический анализ», выбирая для этого формы, наиболее целесообразные с точки зрения их эффективности; оперировать специальными научными знаниями математического анализа в профессиональном общении и предметной области	Тест (письменно)
2	ОПК 8.1	*Знать*: основные понятия, факты математического анализа, необходимые для осуществления профессиональной педагогической деятельности при преподавании математических дисциплин; методологию и инструментарий дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных; теорию числовых и функциональных рядов; методы решения математических задач и уравнений	Опрос (устно) Тест (письменно)
		Уметь: решать задачи и применять методы математического анализа для решения задач, возникающих в процессе осуществления профессиональной педагогической деятельности; применять инструментарий математического анализа для осуществления профессиональной педагогической деятельности; дифференцировать и интегрировать функции одного и нескольких переменных; исследовать функции и строить графики; применять интегральное и дифференциальное исчисления функции одной и нескольких переменных к решению задач; находить разложения функций в ряды; самостоятельно работать с математической литературой	Тест (письменно)

Таблица 2 – Критерии и шкалы для оценки уровня сформированности компетенции в ходеосвоения дисциплины

Показатели оценивания	Критерии оценки уровня сформированности компетенции ОПК 5.2 (ОПК 8.1) *			
	Неудовлетворительно, Не зачтено	Удовлетворительно, зачтено	Хорошо / зачтено	Отлично / зачтено
«Знать»	Уровень знаний ниже минимально допустимых требований; имеют место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний; допущено множество негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе; допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе; без ошибок
«Уметь»	При решении типовых (стандартных) задач не продемонстрированы некоторые основные умения. Имеют место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые (стандартные) задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, некоторые – на уровне хорошо закрепленных навыков. Решены все основные задачи с отдельными несущественными ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, без недочетов
Характеристика сформированности компетенции	Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний и умений недостаточно для решения практических профессиональных задач	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний и умений в целом достаточно для решения стандартных практических профессиональных задач, но требуется дополнительная практика по большинству практических задач	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний и умений в целом достаточно для решения стандартных практических профессиональных задач	Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний и умений и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических профессиональных задач
Уровень сформированности компетенции	**Низкий**	**Пороговый**	**Базовый**	**Высокий**
Сумма баллов (Б)**	**0 – 60**	**61 – 75**	**76 – 85**	**86 – 100**

* – Оценивается для каждой компетенции отдельно.

**– Суммируется балл по показателям оценивания «знать» и «уметь»; при этом соотношение компонентов компетенции в общей трудоемкости дисциплины «знать» / «уметь» составляет 40 / 60.

1. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний,умений и опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация качества подготовки обучающихся по дисциплине проводится в соответствии с локальными нормативными актами Университета и является обязательной, предназначена для определения степени достижения учебных целей по дисциплине и проводится в форме зачета в 4 семестре и экзамена в 1, 2, 3 и 5-ом семестрах.

Обучающиеся готовятся к экзамену (зачету) самостоятельно. Подготовка заключается в изучении программного материала дисциплины с использованием личных записей, сделанных в рабочих тетрадях, и рекомендованных в процессе освоения дисциплины информационных источников. При необходимости обучающиеся обращаются за консультацией к преподавателю, ведущему данную дисциплину.

Форма проведения промежуточной аттестации для обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбирается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). При необходимости обучающимся инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене (зачете).

Методика оценивания

1) По стобалльной шкале в таблицу 3 занести баллы (Бі), полученные обучающимся в ходе освоения дисциплины. (Критерии представлены в таблице 2).

Таблица 3 − Пример расчетной таблицы итогового оценивания компетенций у обучающегося по дисциплине (модулю)

Код индикатора компетенции	Условное обозначение	Оценка приобретенных компетенций в баллах
ОПК 5.2	Б1	76
ОПК 8.1	Б2	86
Итого	(∑Бi)	162
В среднем	(∑Бi)/ n	81

2) Определить оценку по дисциплине (модулю) по шкале соотнесения баллов и оценок (таблица 4).

Таблица 4 – Шкала измерения уровня сформированности компетенций в результате освоения дисциплины (модуля)

Итоговый балл	0-60	61-75	76-85	86-100
Оценка	Неудовлетвори-тельно (не зачтено)	Удовлетворительно (зачтено)	Хорошо (зачтено)	Отлично (зачтено)
Уровень сформированности компетенций	Низкий	Пороговый	Базовый	Высокий

Знания, умения обучающихся при промежуточной аттестации **в форме зачета** определяются «зачтено», «не зачтено».

«*Зачтено*» – обучающийся знает курс на уровне лекционного материала, базового учебника, дополнительной учебной, научной и методологической литературы, умеет привести разные точки зрения по излагаемому вопросу.

«*Не зачтено*» – обучающийся имеет пробелы в знаниях основного учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.

Показатели «знать», «уметь» **при промежуточной аттестации в форме экзамена** определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», что соответствует уровням сформированности компетенций «высокий», «базовый», «пороговый», «низкий».

«*Отлично*» – обучающийся глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.

«*Хорошо*» – обучающийся твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения и владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

«*Удовлетворительно*» – обучающийся усвоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

«*Неудовлетворительно*» – обучающийся не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания, задачи.

Текущая аттестация обучающихся по дисциплине проводится в форме контрольных мероприятий по оцениванию фактических результатов освоения дисциплины (модуля) в разрезе компетенций

.

2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

ОПК 5.2 Осуществляет контроль и оценку образовательных результатов на основе принципов объективности и достоверности

1 семестр

Задание 1.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Из последовательностей $\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}, \left\{\sqrt[n]{n}\right\}, \left\{\frac{n+1}{2n-1}\right\}, \left\{\frac{n}{n^2+1}\right\}$ наименьшее значение предела при $n \to \infty$ имеет последовательность:

1. $(1+\frac{1}{n})^n$
2. $\sqrt[n]{n}$
3. $\frac{n+1}{2n-1}$
4. $\frac{n}{n^2+1}$

Ответ: 4

Обоснование: Вычисление пределов дает следующие величины: вариант 1.= e ≈ 2,71 (это второй замечательный предел; вариант 2. =1; вариант 3. = 0,5; вариант 4 =0

Задание 2.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Пусть функция $u(x)$ определена и ограничена в некоторой окрестности точки x_0, а функция $v(x)$ является бесконечно большой при $x \to x_0$. Тогда при $x \to x_0$ функция $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$:

1. бесконечно малой
2. бесконечно большой
3. не имеет предела и ограничена

4. может иметь пределом какое-либо число

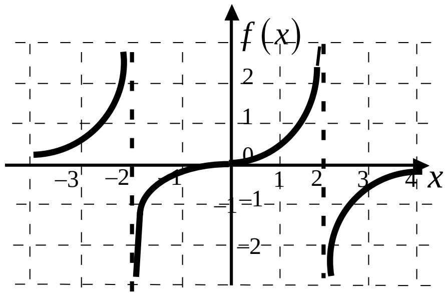
Ответ: 1

Обоснование: Т.к. функция, обратная к бесконечно большой, является бесконечно малой (по свойству бесконечно больших функций)

Задание 3.

Прочитайте текст, выберите правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Функция $f(x)$ задана графиком:



Верно утверждение

1. Функция $f(x)$ является бесконечно большой при $x \to \infty$
2. $\lim\limits_{x \to 2+0} f(x) = -\infty$
3. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 1$
4. Функция $f(x)$ является бесконечно малой при $x \to \infty$

Ответ: 2, 4

Обоснование: Вариант 2. По определению одностороннего (правостороннего) предела. Вариант 4. По определению бесконечно малой функции

Задание 4.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Функция *y=f(x)* задана параметрически в виде системы: $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$, где t – некоторый параметр. Тогда производная функции *y=f(x)* может быть вычислена по формуле:

1. $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$
2. $y'_x = \frac{x'_t}{y'_t}$
3. $y'_x = y'_t \cdot x'_t$
4. $y'_x = \frac{1}{y'_t}$

Ответ: 1

Обоснование: по правилу дифференцирования функции, заданной параметрически

Задание 5.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны функции, которые можно охарактеризовать по критерию четности-нечетности. **Соотнесите функции и их характеристиками.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Функция		**Производная**	
А	$y = arctgx$	1	$y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
Б	$y = arccocx$	2	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
В	$y = arcctgx$	3	$y' = \frac{1}{1+x^2}$
Г	$y = arcsinx$	4	$y' = -\frac{1}{1+x^2}$
		5	$y' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г
3	1	4	2

Задание 6.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Правило Лопиталя применяется для вычисления пределов. Если f(x) → 0 и $\varphi(x) \to 0$ при $x \to a$, то формульную запись правила Лопиталя представляет выражение:

1. $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim\limits_{x\to a}\frac{\varphi'(x)}{f'(x)}$
2. $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim\limits_{x\to a}\frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$
3. $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim\limits_{x\to a}\frac{f'(x)\varphi(x) - f(x)\varphi'(x)}{\varphi^2(x)}$
4. $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim\limits_{x\to a}\frac{f'(x)}{\varphi^2(x)}$

Ответ: 2.

Обоснование: По правилу Лопиталя предел отношения двух бесконечно малых величин равен пределу отношения их производных

Задание 7.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Пусть дана сложная функция *y=f(u),* где *u=g(x)* – промежуточный аргумент, *x*– независимая переменная. Сформулируйте правило дифференцирования сложной функции.

Ответ: Производная сложной функции по независимой переменной равна произведению производной данной функции по промежуточному аргументу и производной промежуточного аргумента по независимой переменной.

Задание 8.

Прочитайте текст и установите соответствие.

В математическом анализе доказаны основные теоремы о дифференцируемых функциях. **Соотнесите названия теорем и их формулировки**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Название теоремы		**Формулировка**	
А	Теорема Ролля	1	Если функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$ непрерывные на отрезке $[a, b]$, дифференцируемые в каждой внутренней точке этого отрезка и при этом производная $y = g(x)$ ни в одной из этих точек не обращается в нуль, то найдется такая внутренняя точка $x = c \in (a, b)$, что $\dfrac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.
Б	Теорема Коши	2	Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируемая в каждой его внутренней точке, то на интервале (a, b) найдется такая точка $x = c$, что $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$.
В	Теорема Лагранжа	3	Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, дифференцируемая в каждой его внутренней точке и принимает равные значения в граничных точках отрезка, то найдётся такая внутренняя точка отрезка $x = c$, в которой производная функции равна нулю $f'(c) = 0$.
		4	Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируемая в каждой его внутренней точке, то на интервале (a, b) найдется такая точка $x = c$, что $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$. $f(b) - f(a) = f^{-}(c)$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
3	1	2

Задание 9.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

В чем состоит геометрический смысл дифференциала функции, зависящей от одной переменной?

Ответ: Дифференциал функции $y = f(x)$ в некоторой точке при приращении независимой переменной Δx равен приращению ординаты касательной к графику функции в этой точке.

Задание 10.

Прочитайте текст и установите соответствие.

В математическом анализе известны разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. **Соотнесите разложения элементарных функций по формуле Маклорена с наименованиями функций, для которых эти разложения получены.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Разложение по формуле Маклорена		Функция	
А	e^x	1	$1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\cdots, \quad -\infty<x<\infty$
Б	$Cos\ x$	2	$x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^3}{5!}\ldots, \quad -\infty<x<\infty$
В	$Sin\ x$	3	$1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\cdots, \quad -\infty<x<\infty$
		4	$x-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\cdots, \quad -1<x\leq 1$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

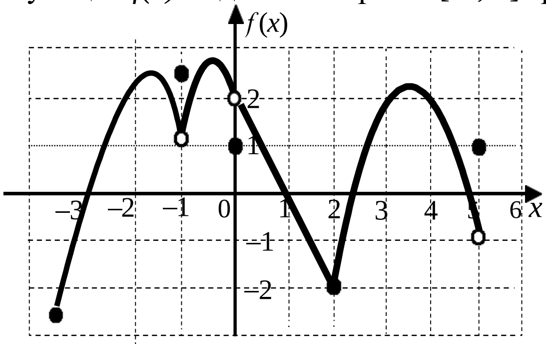
А	Б	В
1	3	2

2 семестр

Задание 11.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Функция *f(x)* задана на отрезке [-3; 5] графиком:



Правильными утверждениями являются:

1. Уравнение $f(x) = -1$ имеет четыре корня.
2. При любом значении x выполняется неравенство $f(x) < 3$.
3. На интервале (4;5) функция $f(x)$ убывает.
4. Точка $x_0 = -0{,}5$ является точкой максимума функции $f(x)$.

Ответ: 2;3;4

Обоснование: Выбраны варианты: номер 2 (все значения функции лежат ниже прямой y=3); номер 3 (по определению убывающей функции); номер 4 (по определению максимума)

Задание 12.

Прочитайте текст и установите последовательность.

Исследовать функцию, зависящую от одной переменной, можно с помощью первой производной. Для этого Вам необходимо выполнить определенную последовательность действий:

1) Нанести критические точки на числовую ось и исследовать знак первой производной в каждом интервале

2) Найти первую производную функции

3) Приравнять производную нулю и найти корни этого уравнения

4) Найти область определения функции

5) Если первая производная при переходе через критические точки меняет знак, то функция в этой точке имеет экстремум

6) Найти значение функции в точке экстремума

Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо: 423156

Задание 13.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Точкой перегиба непрерывной дважды дифференцируемой в некоторой окрестности функции является точка:

1. отделяющая выпуклую часть от вогнутой (или наоборот)
2. показывающая, где возрастание функции меняется на убывание (или наоборот)
3. максимума
4. минимума

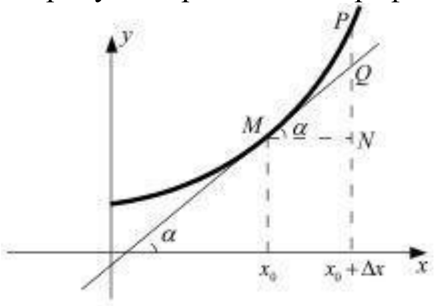
Ответ: 1

Обоснование: согласно определению точки перегиба

Задание 14.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

На рисунке представлен график функции *f(x)* и касательная к нему:



Тогда в данном случае с помощью какого отношения как можно представить производную $f'(x_0)$?

Ответ: NQ/ MN. По геометрическому смыслу производной – это тангенс угла наклона касательной к графику этой функции в данной точке. А в прямоугольном треугольнике MNQ тангенс есть отношение противолежащего катета (NQ) к прилежащему катету (MN). Поэтому искомая производная равна NQ/ MN.

Задание 15.

Прочитайте текст и установите соответствие.

В дифференциальном исчислении функции нескольких переменных используется совокупность специальных понятий. **Соотнесите определение определённого термина с его названием и их характеристиками.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Определение		Термин	
А	Главная линейная часть полного приращения функции двух переменных	1	полный дифференциал
Б	Предел отношения приращения функции по выбранной переменной к приращению этой переменной, при стремлении этого приращения к нулю	2	производная по направлению
В	Вектор, координаты которого равны частным производным функции по соответствующим аргументам, вычисленным в данной точке	3	градиент функции
Г		4	частная производная

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
1	4	3

Задание 16.

Прочитайте текст, выберите правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Для производной по направлению справедливы свойства:

1. производная по направлению, противоположному l, равна производной обратной функции по данному направлению
2. Производная по направлению l имеет наибольшее значение по направлению градиента.
3. Производная по направлению l равна нулю по направлению, перпендикулярному градиенту.
4. Если направление l совпадает с направлением оси координат, то производная по этому направлению равна соответствующей частной производной.

Ответ: 2,3,4

Обоснование: Вариант 2 следует из коллинеарности и т.к. *cos 0 = 1*. Вариант 3. следует из ортогональности и т.к. *cos (90) = 0*. Вариант 4. Производную по направлению можно найти как сумму произведений частных производных на соответствующий направляющий косинус. В этом случае один из углов равен 0 (cos0=1), а остальные 90 градусов (cos 90=0).

Задание 17.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Функция $z=z(x;\ y)$ имеет частные производные второго порядка в некоторой окрестности стационарной точки $M(x_0;\ y_0)$ и $\Delta = z''_{xx}(M)\cdot z''_{yy}(M) - \left(z''_{xy}(M)\right)^2$. Тогда согласно достаточному условию экстремума функции нескольких переменных возможны различные варианты поведения данной функции. **Соотнесите возможные варианты знаков Δ и наличия (отсутствия или др.) точек экстремума функции.**

Каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Знак Δ		Вывод о наличии (отсутствии) точек экстремума и их характере	
А	$\Delta > 0$ и $z''_{xx}(M) < 0$	1	функция $z=z(x;\ y)$ *в* точке M имеет экстремум, причем максимум

Б	ΔК< 0	2	функция $z=z(x;\ y)$ *в* точке M имеет экстремум, причем минимум
В	$\Delta = 0$	3	функция $z=z(x;\ y)$ *в* точке M условный экстремум функции
Г	$\Delta > 0$ и $z''_{xx}(M) > 0$	4	необходимы дополнительные исследования для выяснения характера точки M
		5	функция $z=z(x;\ y)$ *в* точке M не имеет точек экстремума

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г
1	5	4	2

Задание 18.

Прочитайте текст и установите последовательность.

Чтобы построить график функции, зависящей от одной переменной, необходимо провести ее исследование, в том числе и с использованием инструментария дифференциального исчисления. Для этого Вам необходимо выполнить определенную последовательность действий:

1) Найти область определения функции

2) Найти интервалы выпуклости, вогнутости графика функции и точки перегиба

3) Найти интервалы монотонности и экстремумы функции

4) Исследовать функцию на четность-нечетность и найти точки пересечения с осями координат

5) Найти вертикальные и наклонные асимптоты, построить график

Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо: 14325

Задание 19.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Полный дифференциал функции трех переменных *u=f(x; y; z)* имеет вид:

1. $du = \frac{\partial f(x;y;z)}{\partial x} \cdot dx$

2. $du = \frac{\partial f(x;y;z)}{\partial y} \cdot dy$

3. $du = \frac{\partial f(x;y;z)}{\partial z} \cdot dz$

4. $du = \frac{\partial f(x;y;z)}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial f(x;y;z)}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial f(x;y;z)}{\partial z} \cdot dz$

5. $du=dx+dy+dz$

Ответ: 4

Обоснование: Следует из определения полного дифференциала функции нескольких переменных

Задание 20.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Каков порядок нахождения наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных на замкнутом ограниченном множестве

Ответ: 1. Найти точки безусловного экстремума и выбрать из них те, которые принадлежат заданному множеству. 2. Найти точки условного экстремума на границе множества. 3. Из найденных в пунктах 1 и 2 точек выбрать те, в которых функция принимает наибольшее и наименьшее значения.

3 семестр

Задание 21.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Дать определение неопределенного интеграла.

Ответ: Множество все первообразных функций F(x) + C для f(x) называется неопределенным интегралом от функции f(x).

Задание 22.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Для неопределенного интеграла доказаны свойства.

Соотнесите постановляющую и утверждающую части формулировок свойств неопределенного интеграла.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Постановляющая часть		Утверждающая часть	
А	Дифференциал от неопределенного интеграла равен	1	подынтегральной функции
Б	производная неопределенного интеграла равна	2	подынтегральному выражению
В	Неопределенный интеграл от дифференциала некоторой функции равен	3	сумме этой функции и произвольной постоянной
Г	Неопределенный интеграл от алгебраической суммы конечного числа непрерывных функций равен	4	можно выносить за знак интеграла
Д	Постоянный множитель	5	алгебраической сумме интегралов от слагаемых функций
		6	сумме интегралов от слагаемых функций

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г	Д
2	1	3	5	4

Задание 23.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны формулы для вычисления неопределенного интеграла. **Соотнесите неопределённый интеграл с формулой.** К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Неопределенный интеграл		Результат	
А	$\int x^n dx =$	1	$C - cosx$
Б	$\int a^x dx =$	2	$\frac{a^x}{lna} + C$
В	$\int sinx\ dx =$	3	$lnx + C$
Г	$\int cosx\ dx =$	4	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
Д	$\int \frac{dx}{x} =$	5	$sinx + C$
		6	$-sinx + C$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г	Д
4	2	1	5	3

Задание 24.

Прочитайте текст и установите соответствие.

При вычислении неопределенного интеграла с помощью метода «интегрирование по частям» важно правильно выбрать u и du. **Соотнесите вид неопределенного интеграла и правило выбора** $\boldsymbol{u}$ **и** $\boldsymbol{du}$**.** К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Вид интеграла		Правило выбора u и du	
А	3$\int P(x)e^{kx}dx$, $\int P(x)a^{kx}dx$, $\int P(x)\sin kxdx$, $\int P(x)\cos kxdx$	1	$u = P(x)$, dv – все остальные сомножители.
Б	$\int P(x)\mathrm{arcsin}kxdx$, $\int P(x)\mathrm{arccos}kxdx$, $\int P(x)$ $\mathrm{arctg}kxdx$, $\int P(x)\mathrm{arcctg}kxdx$, $\int P(x)\ln xdx$	2	dv= $\mathrm{arcsin}kxdx$, u – все остальные сомножители
В	$\int e^{ax}\sin bxdx$, $\int e^{a}\cos bxdx$	3	$u = e^{\alpha x}, u = \sin bx, u = \cos bx$ dv – все остальные сомножители
Г		4	$P(x)dx = dv$, а за u обозначить остальные сомножители

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
1	4	3

Задание 25.

Прочитайте текст и установите последовательность.

Установить правильную последовательность этапов общего правила интегрирования рациональных дробей.

1. Если дробь неправильная, то необходимо представить ее в виде суммы многочлена и правильной дроби
2. Разложив знаменатель правильной рациональной дроби на множители, представить ее в виде суммы простейших рациональных дробей
3. Проинтегрировать многочлен и полученную сумму простейших дробей.

Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо: 123

Задание 26.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Определенный интеграл – это:

1. Для неположительной функции площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком этой функции, прямыми x = a, x = b и осью абсцисс

2. Для неположительной функции площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком этой функции, прямыми x = a, x = b и осью абсцисс, взятая со знаком минус

3. Предел интегральной суммы при стремлении наибольшей из длин отрезков к нулю

4. Предел производной функции при стремлении аргумента к нулю

*Ответ:*2, 3

Обоснование: Вариант 2 – в соответствии с порядком нахождения площади плоской фигуры с помощью определенного интеграла. Вариант 3 – Согласно определению определенного интеграла.

Задание 27.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Отметьте верные утверждения:

1. Определенный интеграл – это определенное число

2. Все свойства определенного интеграла аналогичны свойствам неопределенного интеграла

3. Неопределенный интеграл – это определенное число

4. Производная от интеграла с переменным верхним пределом по верхнему пределу равна подынтегральной функции

*Ответ:*1, 4

Обоснование: Вариант 1 – Т.к. определенный интеграл представляет собой геометрически некоторую площадь, а площадь выражается числовым значением. Вариант 4 – по теореме о производной интеграла по верхнему пределу.

Задание 28.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Дать определение несобственного интеграла I рода.

Ответ: Несобственным интегралом I рода функции *f(x)* на интервале [a; ∞) называется предел $\lim\limits_{b\to\infty}\int\limits_a^b f(x)dx = \int\limits_a^\infty f(x)dx.$

Задание 29.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Определенный интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}}$вычисляется с помощью подстановки:

1. t=$\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}$

2. t=$\sqrt[3]{x}$

3. t=$\sqrt{x}$
4. t=$\sqrt[6]{x}$

Ответ: 4

Обоснование: По правилу вычисления интеграла, содержащего иррациональные выражения, нужно выбрать такую подстановку *t*, которая подынтегральное выражение преобразует в рациональное относительно новой переменной *t*. В нашем случае НОК(3;2)=6, поэтому избавиться от иррациональности в подынтегральной функции позволит подстановка из варианта 4.

Задание 30.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Какая формула позволяет вычислить определенный интеграл, зная первообразную подынтегральной функции?

Ответ: Формула Ньютона-Лейбница, согласно которой определённый интеграл равен приращению первообразной на отрезке интегрирования:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

4 семестр

Задание 31.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны задачи, реализующие геометрические приложения определенного интеграла, и формулы. **Соотнесите задачи и расчетные формулы.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

	Задача		Формула
А	Площадь криволинейной трапеции; ограниченной кривой y= f(x), прямыми x= a, x= b:	1	$= \int_a^b \sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$
Б	объем тела, полученного в результате вращения криволинейной трапеции вокруг оси абсцисс	2	$= \pi \int_a^b f^2(x)\,dx$
В	объем тела, полученного в результате вращения криволинейной трапеции вокруг оси ординат	3	$= \int_a^b \sqrt{1-(f'(x))^2}\,dx$
Г	длина дуги кривой y=f(x) на отрезке [a; b]	4	$= \int_a^b f(x)\mathrm{dx}$
		5	$= \pi \int_c^d x^2(y)\,dy$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г
4	2	5	1

Задание 32.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Необходимо найти площадь плоской фигуры, ограниченной графиками функций y= f_1 (x) и y= f_2 (x). Для этого Вам необходимо выполнить определенную последовательность действий:

1. Найти абсциссы x_1 и x_2 точек пересечения графиков функций $y= f_1(x)$ и $y= f_2(x)$
2. Найти ординаты точек пересечения графиков функций $y= f_1(x)$ и $y= f_2(x)$
3. Записать пределы интегрирования $a= x_1$ и $b= x_2$
4. Записать пределы интегрирования $a= f(x_1)$ и $b= f(x_2)$
5. Записать подынтегральную функцию $f(x)=f_1(x)–f_2(x)$
6. Записать подынтегральную функцию $f(x)=f_1(x)+f_2(x)$
7. Вычислить интеграл $\int_a^b f(x)dx = A$
8. Записать искомую площадь фигуры $S = A$
9. Записать искомую площадь $S=|A|$.

Ответ: 1, 3, 5, 7, 9

Обоснование: Согласно порядку нахождения площади плоской фигуры, заключенной между графиками двух функций.

Задание 33.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Если требуется найти значение какой-либо геометрической или физической величины A (площадь фигуры, объём тела, масса стержня с переменной плотностью и т. д.), то можно для решения таких задач использовать метод интегральной суммы. Опишите основные этапы алгоритма данного метода.

Ответ: 1. Разбить отрезок $[a;b]$ на n частей точками $x_0= a, x_1, ..., x_n = b$. 2. Найти аналитическое выражение n элементарных слагаемых (интегральных сумм), на которые разобьётся A. 3. Найти предел интегральных сумм при длине отрезка разбиения, стремящемся к 0, а число точек разбиения n при этом стремится к бесконечности.

Задание 34.

Методы вычисления двойных интегралов $\iint_S f(x;y)dxdy$ различаются от способа задания области S, по которой производится интегрирование. **Соотнесите с областью S формулу для вычисления двойного интеграла по этой области.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Область S		Формула	
А	задана неравенствами $a \le x \le b$ и $c \le y \le d$	1	$I = \int_c^d dy \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} f(x;y)dx$
Б	задана неравенствами $a \le x \le b$ и $f_1(y) \le y \le f_2(y)$	2	$I = \int_a^b dy \int_c^d f(x;y)dx$
В	задана неравенствами $f_1(x) \le x \le f_2(x)$ и $c \le y \le d$	3	$I = \int_a^b dx \int_{f_1(y)}^{f_2(y)} f(x;y)dy$
		4	$I = \int_a^b dx \int_c^d f(x;y)dy$
		5	$= \int_a^b dy \int_{f_1(y)}^{f_2(y)} f(x;y)dx$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
4	3	1

Задание 35.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Если плотность z=x+y+z, то масса пирамиды, ограниченной координатными плоскостями и плоскостью $x+y+z=4$, вычисляется по формуле:

1. $\int_0^4 dx \int_0^4 dy \int_0^4 (x+y+z)dz$
2. $\int_0^4 dx \int_0^{4-x} dy \int_0^{4-x-y} (x+y+z)dz$
3. $\int_0^4 dx + \int_0^4 dy + \int_0^4 dz$
4. $\int_0^4 dx \int_0^4 dy \int_0^4 4dz$
5. $\int_0^4 dx \int_0^{4-x} dy \int_0^{4-x-y} 4dz$

Ответ: 1

Обоснование: По физическому смыслу кратных интегралов.

Задание 36.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Укажите формулы, которые применяют для вычисления площади плоской фигуры в различных системах координат:

1. $\iint_D \ d\rho d\varphi$
2. $\iint_D \ \rho d\rho d\varphi$
3. $\iint_D \ \rho^2 sin\varphi \ d\rho d\varphi$
4. $\iint_D \ dxdy$
5. $\iint_D \ xy\ dxdy$

Ответ: 2, 4

Обоснование: По геометрическому смыслу кратных интегралов в случае задания кривой в полярных (вариант 2) и в декартовых (вариант 4) координатах.

Задание 37.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

В какой системе координат при вычислении тройного интеграла элемент объема $\boldsymbol{dv} = \rho\ \boldsymbol{d}\rho\ \boldsymbol{d}\varphi\ \boldsymbol{dz}$

Ответ: в цилиндрической системе координат.

Задание 38.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Дать определение криволинейного интеграла 1-го рода.

Ответ: если при $\max \Delta l_i \to 0$ интегральная сумма $\sum f(P_i)\ \Delta l_i$ имеет определенный конечный предел, не зависящий от способа разбиения дуги AB и от способа выбора точек P_i, то этот предел называется криволинейным интегралом 1-го рода от функции f(M) по дуге AB.

Задание 39.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Основные свойства криволинейного интеграла 1-го рода состоят из устанавливающей и определяющей частей. **Соотнесите устанавливающую и определяющие части свойств.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Устанавливающая часть свойства		**Определяющая часть свойства**	
А	$\int\limits_{AB} dl =$	1	$c_1 \int\limits_{AB} f_1(P)dl + c_2 \int\limits_{AB} f_2(P)dl$, где $f_1(P),\ f_2(P)$ - функции, интегрируемые на кривой L, c_1, c_2 - произвольные числа.
Б	$\int\limits_{AB} f(P)dl =$	2	$\int\limits_{BA} f(P)dl$, то есть данный интеграл не зависит от ориентации кривой.
В	$\int (c_1 f_1(P) + c_2 f_2(P))dl =$	3	l, где l- длина дуги AB
		4	$-\int\limits_{BA} f(P)dl$,

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
3	2	1

Задание 40.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Основные свойства поверхностных интегралов первого рода:

1. $\iint\limits_{\Sigma} \mathrm{d}\sigma = S$, где S - площадь поверхности Σ .

2. $\iint\limits_{\Sigma} Cg(M)\mathrm{d}\sigma = C\iint\limits_{\Sigma} g(M)\mathrm{d}\sigma$, где C - число.

3. $\iint\limits_{\Sigma} (C_1 g_1(M) + C_2 g_2(M))\mathrm{d}\sigma = C_1\iint\limits_{\Sigma} g_1(M)\mathrm{d}\sigma + C_2\iint\limits_{\Sigma} g_2(M)\mathrm{d}\sigma$, где C_1 и C_2 - числа.

4. Если для каждой точки $M \in \Sigma$ верно неравенство $g_1(M) \le g_2(M)$, то

$$\iint\limits_{\Sigma} g_1(M)\mathrm{d}\sigma \ge \iint\limits_{\Sigma} g_2(M)\mathrm{d}\sigma .$$

Ответ: 1,2,3

Обоснование: На основании свойств поверхностных интегралов.

5 семестр

Задание 41.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+3}{n}\right)^{-n^2} x^n$.

Ответ: e^3 . Использовали формулу $R=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt[n]{|a_n|}}$, где $a_n=\left(\frac{n+3}{n}\right)^{-n^2}$.

Задание 42.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны ряды. **Соотнесите название ряда и его запись.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Ряд		Запись	
А	числовой с произвольными членами	1	$\sum_{-\infty}^{+\infty} c_n x^n$
Б	числовой знакочередующийся	2	$\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$
В	функциональный	3	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-a)^n$
Г	степенной	4	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$
		5	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г
4	5	2	3

Задание 43.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Сформулировать признак Даламбера для знакопостоянных числовых рядов.

Ответ: Если для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ $(a_n>0)$ существует преде $\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=l,$ то при *1* <l ряд сходится, при *1*>1 ряд расходится, при *1*=1 вопрос остается открытым – нужно применять другие признаки.

Задание 44.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Из представленных числовых рядов сходящимися являются:

1. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n$
2. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{2^n}$

3. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n \frac{1}{n}$
4. $\sum_{n=1}^{+\infty} 2$

*Ответ:*2, 3

Обоснование: Глядя на n-ый член каждого ряда и проверяя необходимый признак сходимости, видим, что для рядов 1 и 4 он не выполняется. Ряд 3 сходится условно. Ряд 2 – геометрический с |q |=1/2, что меньше 1, поэтому он сходится. Среди данных в задании рядов только ряды 2 и 3 – сходящиеся.

Задание 45.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Дать понятие радиуса сходимости степенного ряда.

Ответ: Неотрицательное число R, такое, что при $|x| < R$ ряд сходится, а при $|x| > R$ – расходится, называется радиусом сходимости степенного ряда.

Задание 46.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Если a_i – действительные числа, а x – переменная, то среди представленных выражений степенными рядами являются:

1. $a_1^1 + a_2^2 + a_3^3 + \cdots a_n^n + \cdots$
2. $-x - x - x -\ldots- x -\ldots$
3. $1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \cdots + \frac{1}{x^n} + \cdots$
4. $-a_1 - a_2 - a_3 - \ldots - a_n - \cdots$
5. $1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2^2} - \cdots + (-1)^n \frac{x^n}{2^n} + \cdots$

Ответ: 5

Обоснование: 1 и 4 – числовые ряды, 2 и 3 – функциональные, но не степенные, так как составлены из функций, не являющимися целыми положительными степенями переменной x. Поэтому правильный ответ: только вариант 5.

Задание 47.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Сформулированы свойства (теоремы) равномерно сходящихся рядов **Соотнесите названия свойств(теорем) и их формулировками.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Название теоремы		Формулировка	
А	Теорема о непрерывности суммы ряда	1	Если члены ряда - непрерывные на отрезке [a,b] функции и ряд сходится равномерно, то и его сумма S(x) есть непрерывная функция на отрезке [a,b]
Б	Теорема о почленном интегрировании ряда	2	Если члены ряда сходящегося на отрезке [a,b] представляют собой непрерывные функции, имеющие непрерывные производные, и ряд, составленный из этих производных сходится на этом отрезке равномерно, то и данный ряд сходится равномерно и его можно дифференцировать почленно.
В	Теорема о почленном дифференцировании ряда.	3	Равномерно сходящийся на отрезке [a,b] ряд с непрерывными членами можно почленно интегрировать на этом отрезке, т.е. ряд, составленный из интегралов от его членов по отрезку [a,b] , сходится к интегралу от суммы ряда по этому отрезку.

		4	Ряд сходится равномерно и притом абсолютно на отрезке [a,b], если модули его членов на том же отрезке не превосходят соответствующих членов сходящегося числового ряда с положительными членами

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
1	3	2

Задание 48.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Представлены ряды Фурье в разных видах. **Соотнесите вид ряда Фурье и его формульное обозначение.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Вид ряда Фурье		Формула	
А	Ряд Фурье для четной функции	1	$\frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + b_1 \sin x + \ldots + a_n \cos nx + b_n \sin nx + \ldots = = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx.$
Б	Ряд Фурье для нечетной функции	2	$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx - \frac{b_0}{2}$
В	Ряд Фурье в общем виде	3	$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$
		4	$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos nx$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
3	4	1

Задание 49.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

В чем суть интегрального признака Коши сходимости положительного числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$?

Ответ: Если существует несобственный интеграл $\int_1^{+\infty} a_x dx$, то соответствующий ряд сходится или расходится вместе с этим интегралом.

Задание 50.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

При исследовании на сходимость ряда вида $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+7}$ какие признаки сходимости числовых рядов можно использовать:

1. Даламбера
2. Лейбница
3. 1–й признак сравнения
4. 2–й признак сравнения
5. Радикальный признак Коши

Ответ: 3,4

Обоснование: на основании вида числового ряда и формулировок признаков сходимости

ОПК 8.1 Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в том числе в предметной области

1 семестр

Задание 51.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Значение параметра a, при котором функция $f\left(x\right)=\dfrac{1+2x^2-ax^3}{2x^3-5x+4}$ является бесконечно малой при $x\to\infty$ равно:

1. 2
2. 0
3. 4
4. 0,25

Ответ: 2

Обоснование: При a=0 старшая степень – в знаменателе. По правилу раскрытия неопределенности /бесконечность/бесконечность/ получаем отношение 0/2=0.

Задание 52.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Значение параметра *a*, при котором $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg(ax)}{3x}=\frac{1}{2}$ равно:

1. 3
2. 1/3
3. 3/2
4. 2/3

Ответ: 3

Обоснование: Используя следствие из первого замечательного предела, получили уравнение a/3=1/2. Решение уравнения: a=3/2

Задание 53.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Вычислить значение предела $\lim\limits_{x\to 1} y^2(x)$, если $y(x)=\frac{x^2-1}{\sqrt{2x-1}-\sqrt{x}}$

Ответ: 16. При решении использовали: следствие из свойств предела (вынесение постоянной степени за знак предела); правило раскрытия неопределенности типа [0/0], когда имеется иррациональность (домножили и числитель, и знаменатель на сопряженное к иррациональному выражение).

Задание 54.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Дана функция $y = \sqrt[3]{2x-1}$. Пусть x_0 = 1. Вам предлагается несколько альтернатив. Необходимо выбрать верное утверждение для каждой из альтернатив. **Соотнесите выражения с их числовыми значениями.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

	Выражение		**Числовое значение**
А	При $\Delta x = -\frac{1}{2}$ отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ равно:	**1**	-2
Б	Значение выражения $3 \cdot \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ равно:	**2**	1
В	Значение дифференциала функции в точке x_0 при $\Delta x = -3$ равно:	**3**	2
		4	-1

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
3	2	4

Задание 55.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ (решение).

Точка движется по прямой линии $y = 2x + 2$ так, что её абсцисса возрастает с постоянной скоростью, равной 2. Определить скорость изменения ординаты этой точки.

Ответ: 4.

Решение. По условию проекция скорости на ось X равна 2, причем постоянна, тогда можно представить в виде x(t) = 2*t +a (a=const). Тогда y(t) = 2*(2*t+a) + 2 = 4*t +2*a + 2. Скорость изменения ординаты у равна ее первой производной по времени), то есть 4.

Задание 56.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Произведение 100-*A*, где *A* является разностью между приращением Δf и дифференциалом df функции $f(x) = 6x^2 - 2x - 3$ в точке x =1 при Δ x= 0,1 равно:

1. 0
2. 1
3. 6
4. 12

Ответ: 3

Обоснование: Приращение функции = 1,06, дифференциал=1; 100А=100(1,06-1)=6

Задание 57.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Вычислить производную функции $f(x) = -4arctg\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ в точке x_0 =0.

Ответ: 2.

Решение. Использовали формулу для вычисления производной сложной функции для arctg u. После преобразований производная равна: (2/ корень(1 – x^2)) . Подставим x=0: 2/1=2

Задание 58.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Вычислить производную функции $f(x) = 12 \cdot \ln(x + \sqrt{5 + x^2})$ в точке x_0 =2.

Ответ: 4.

Решение. Использовали формулу для вычисления производной сложной функции для *lnu*. После преобразований производная равна: 12/ корень(5+x^2) . Подставим x=2: 12/3=4

Задание 59.

Прочитайте текст и установите соответствие.

При вычислении производных в зависимости от вида функции нужно применять различные формулы дифференцирования. **Соотнесите функции и их производные.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Функция		Производная	
А	$f(x) = 5^{2x}$	1	$10 \cdot (2x)^4$
Б	$f(x) = (2x)^5$	2	$5^{2x} \cdot ln25$
В	$f(x) = (2x)^{5x}$	3	$5 \cdot (2x)^{5x} \cdot (ln2x + 1)$
		4	$5^{2x} \cdot ln5$

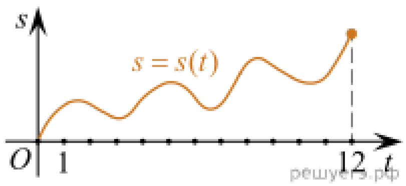
Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
2	1	3

Задание 60.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Материальная точка *М* начинает движение из точки *А* и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки *А* до точки *М* со временем. На оси абсцисс откладывается время *t* в секундах, на оси ординат – расстояние *S*. Определите, сколько раз за время движения скорость точки *М* обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



1. 0
2. 6
3. 8
4. 12

Ответ: 2

Обоснование: Мгновенная скорость равна производной перемещения по времени. Значение производной равно нулю в точках экстремума функции s(t). Точек экстремума на графике 6.

Задание 61.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Функция *y=f(x)* задана параметрически в виде системы: $\begin{cases} x = sin^2 t \\ y = cos^2 t \end{cases}$. Найти производную функции *y=f(x).*

Ответ: -2.

Решение. По правилу дифференцирования функции, заданной параметрически нужно найти отношение производной y по t и производной x по t. Получаем: -4*cost*sint/ 2sint*cost = -2.

Задание 62.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Для нахождения производных функций, заданных в неявном виде, применяется определенный порядок (правило) их дифференцирования. Используя это правило, вычислите значения производных неявных функций в заданных точках. **Соотнесите функции и их производные.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Функция		**Значение производной в точке**	
А	$e^y = x + y$ в точке (2;1)	1	0,5
Б	*y – siny = x* при *y*=π/2	2	1
В	$xy - \sqrt[3]{xy^2 + 6} = 0$ в точке (2;1)	3	4
		4	-11

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
1	2	4

2 семестр

Задание 63.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ (решение).

Функция $y = \frac{3kx+b}{x^2}$ имеет точку экстремума М (2;2) . Найти 3(k +b)

Ответ: -16 .

Решение: 1) По необходимому условию экстремума первая производная функции равна нулю, $y'(2)= -6k-2b=0$. Откуда: **b= -3k**. 2) M(2;2) – точка экстремума, и ее координаты удовлетворяют функции. Подставив, получим: **6k+b=8.** 3) 6k-3k=8, k=8/3, b= -24/3, 3(k+b)=3(8/3-24/3= - 16.

Задание 64.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Дана функция, зависящая от двух переменных: $z = e^{2x-3y}$. Необходимо вычислить все ее частные производные второго порядка. **Соотнесите обозначения частных производных второго порядка и найденные Вами для заданной функции частные производные второго порядка.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Обозначение		Частная производная	
А	$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$	1	$-6e^{2x-3y}$
Б	$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$	2	$4e^{2x-3y}$
В	$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$	3	$6e^{2x-3y}$
		4	$9e^{2x-3y}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
2	4	1

Задание 65.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ (решение).

Найти длину промежутка, содержащего все возможные значения a , при которых функция

$y = x^4 + 2ax^3 + 6x^2 - 6x + 2$ является выпуклой вниз (вогнутой) на всей числовой оси.

Ответ: 4 .

Решение: По достаточному признаку вогнутости функции ее вторая производная положительная: $y'' = 12(x^2+ax+1)>0$. Это неравенство имеет решение на всей числовой оси, если дискриминант неположительный, т.е. Д= $a^2 - 4 \leq 0$. Решение этого неравенства: [-2; 2]. Длина промежутка: 2-(-2)=4.

Задание 66.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Прямая $y= kx + b$ является асимптотой графика функции $y = \frac{7x^2+x-4}{2x+1}$. Точка ($x_0$; y_0) принадлежит этой прямой. Тогда при $x_0 = -5/2$ значение y_0 равно:

1. -10
2. -5/2
3. 15/2

4. 7

Ответ: 1

Обоснование: Используя формулу для нахождения наклонной асимптоты нашли ее вид: y=(7/2)x – 5/4. Подставили x_0 = -5/2 : y_0 =(7/2)*(-5/2) – 5/4= -40/4= - 10

Задание 67.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Функция $y = x^3 - 2\beta x^2 + 7$ имеет перегиб в точке $x_0 = -2$, если β равно:

1. – 3/2
2. 2/3
3. 3
4. -3

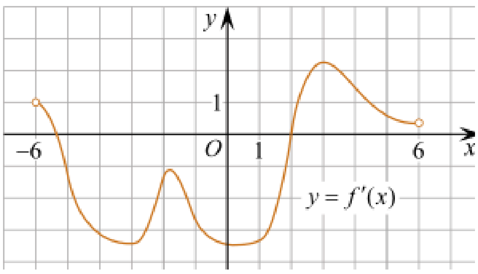
Ответ: 4

Обоснование: Вторую производную функции приравняли нулю и подставили точку $x_0 = -2$: 6*(-2) - 4 β=0.

Задание 68.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

На рисунке изображен график производной функции $f'(x)$, определенной на интервале (-6; 6). Найдите промежутки возрастания функции *f*(*x*). В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответ: 14. Промежутки возрастания данной функции *f*(*x*) соответствуют промежуткам, на которых ее производная неотрицательна, то есть промежуткам (−6; −5,2] и [2; 6). Данные промежутки содержат целые точки 2, 3, 4 и 5. Их сумма равна 14.

Задание 69.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Найти значение параметра a , при котором функция $y = (a + 2) \cdot x^2 - ax + 3x + 10$ имеет максимум в точке с абсциссой x =1.

1. 0
2. 1
3. 7
4. -7

Ответ: 4

Обоснование: Нашли производную и приравняли нулю: (a+2)*2x-a+3=0. Подставили x=1: (a+2)*2-a+3=0. Откуда: a= - 7

Задание 70.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Дана функция двух переменных $z = 2x^3 + xy^2 + y^2 + 5x^2$. Найти значение выражения 27· Z_{max}, где Z_{max} – максимальное значение этой функции.

Ответ: 125

Решение. Приравняв нулю частные производные первого порядка, нашли стационарные точки: $M_1(0;0)$, $M_2(-5/3;0)$, $M_3(-1;2)$, $M_4(-1;-2)$. Достаточное условие экстремума выполняется для точек M_1 (точка минимума) и M_2 (точка максимума). Тогда 27*Z(M_2)=27*(125/27)=125

Задание 71.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны функции двух переменных, для которых необходимо записать, чему равны их градиенты в точке М(1;2). **Соотнесите функцию и градиент.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Функция		**Градиент в точке**	
А	$z = x^3 - 2y^2$ в точке М(1;2) равен	1	(9; 4)
Б	$z = x^3(y^2 - 1)$ в точке М(1;2) равен	2	(1; -8/3)
В	$z = x^3/(y^2 - 1)$ в точке М(1;2) равен	3	(3; -8)
		4	(8; -3)

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
3	1	2

Задание 72.

Прочитайте текст, выберите правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Пусть $f(x;y) = -5x^2 + xy + y^2 + 7x - 7y$. Тогда верны следующие утверждения:

1. Существует окрестность точки (1;3), в каждой точке которой значение функции *f(x;y)* не превосходит *f*(1,3)

2. Точка (1;3) является стационарной точкой функции *f(x;y)*

3.Функция *f(x;y)* не имеет точек максимума

4. Функция *f(x;y)* в точке (1;3) имеет экстремум

Ответ: 2,3

Обоснование: Вариант 2. По определению: стационарная точка для функции двух переменных – это точка, в которой частные производные первого порядка равны нулю. В точке (1;3) обе частные производные функции *f(x;y)* равны нулю. Вариант 3. По достаточному условию экстремума функции двух переменных в стационарной точке Δ>0. В нашем случае Δ= -21<0, поэтому функция не имеет точек экстремума и точек максимума в том числе.

Задание 73.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Касательная плоскость к поверхности $z = 2x^2 + y^2$ в точке М(1,1,3) имеет вид:

1. *2x+y+z-3=0*

2. $4x+2y-z-3=0$
3. $4x+2y-z-11=0$
4. $2x+4y-z-3=0$

Ответ: 2
Обоснование: Используя понятие уравнения касательной плоскости к поверхности в точке, получаем z-3=4(x-1)+2(y-1). После преобразований: $4x+2y-z-3=0$

3 семестр

Задание 74.
Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Функции $y=f(x)$ и $y=g(x)$ определены на всей числовой прямой. Известно, что функция $y=f(x)-$ четная, функция $y=g(x)-$ нечетная. Тогда определенный интеграл

$$\int_{-a}^{a}\left(3f(x)-2f(-x)\right)\cdot\left(2g(x)-3g(-x)\right)dx$$

равен:

Ответ: 0. При решении использованы свойства определенного интеграла для нечетной и четной подынтегральной функций по симметричному промежутку.

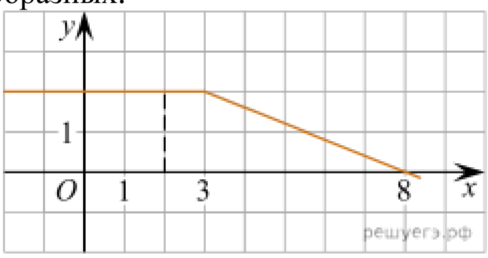
Задание 75.
Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ (решение).

Дан несобственный интеграл с бесконечным пределом интегрирования: $I=\int_{e^2}^{+\infty}\frac{dx}{x\cdot ln^3x}$. Найти значение выражения 16*I

Ответ: 2.
Решение: 16*1/8=2

Задание 76.
Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ (решение).

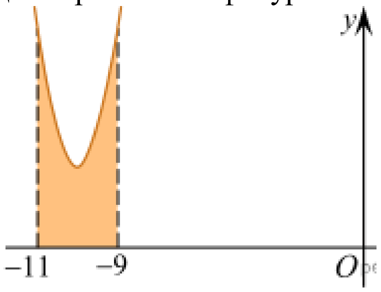
На рисунке изображён график некоторой функции *y=f(x)* (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(8)-F(2)$, где $F(x)$ — одна из первообразных.



Ответ: 7
Решение: Разность значений первообразной в точках 8 и 2 равна площади выделенной на рисунке трапеции ABCD. Поэтому F(b) – F(a)=((1+6)/2)*2=7.

Задание 77.
Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ (решение).

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Функция $F(x) = x^3 + 30x^2 + 302x - \frac{15}{8}$ — одна из первообразных функции $y = f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.

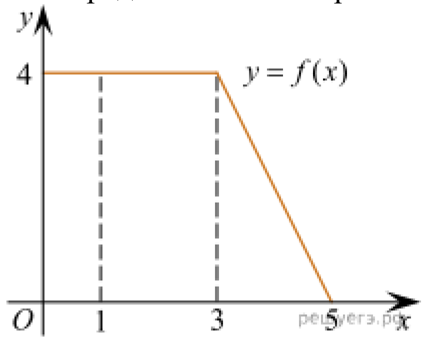


Ответ: 6

Решение: Площадь выделенной фигуры равна разности значений первообразных, вычисленных в точках (-9) и (-11): $F(-9) - F(-11) = (-9+10)^3 + 2\cdot(-9) - (-11+10)^3 + 2\cdot(-11) = 1 - 18 - (-1-22) = 6$

Задание 78.

На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите определенный интеграл $\int_1^5 f(x)\,dx.$



Ответ: 12

Решение: Определенный интеграл от функции *f(x)* по отрезку [1; 5] дает значение площади подграфика функции *f(x)* на отрезке. Область под графиком разбивается на прямоугольный треугольник, площадь которого $S_{тр}$=(1/2)*2*4=4 и прямоугольник, площадь которого $S_{пр}$=2*4=8 Сумма этих площадей дает искомый интеграл: *I*=4+8=12.

Задание 79.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Неопределенный интеграл $\int \cos 2x\, dx$ равен:

1. $\frac{1}{2}\sin 2x + C$
2. $\sin 2x + C$
3. $-\frac{1}{2}\sin 2x + C$
4. $2\cos 2x + C$

Ответ: 1

Обоснование: Используем табличный интеграл для подынтегральной функции cos2x с «поправкой» на 1/2

Задание 80.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Неопределенный интеграл $\int cos2xsin5x\, dx$ равен:

1. $\frac{1}{4}cos7x + \frac{1}{6}cos3x + C$
2. $\frac{1}{4}cos7x - \frac{1}{6}cos3x + C$

3. $-\frac{1}{4}cos7x - \frac{1}{6}cos3x + C$
4. $-cos7x - cos3x + C$

Ответ: 3

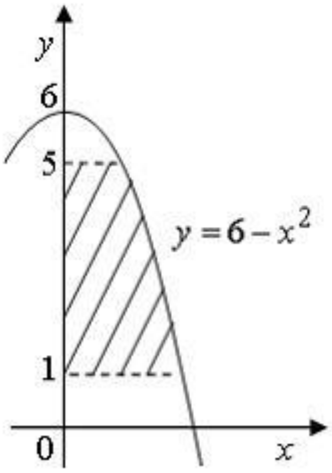
Обоснование: Применив формулу: $sin\alpha \cdot cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)$, получим $I = \frac{1}{2}\int(sin7x + sin3x)dx = -\frac{1}{4}cos7x - \frac{1}{6}cos3x + C$

4 семестр

Задание 81.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке.



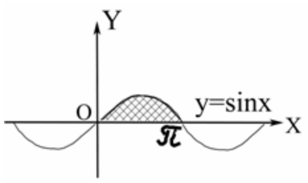
Ответ: $\frac{2(5\sqrt{5}-1)}{3}$.

Решение. Площадь нашли по формуле $S = \int_c^d g(y)dy,$ где $g(y) = \sqrt{6-y},$ c=1; d=5.

Задание 82.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Вычислите площадь S заштрихованной фигуры



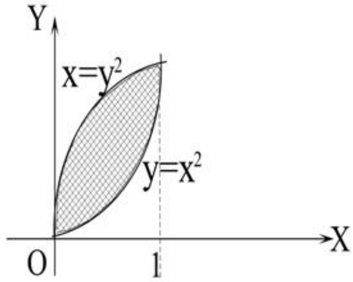
Ответ: 2.

Решение: Из геометрического смысла определённого интеграла (площадь криволинейной трапеции), глядя на рисунок, следует, искомая площадь равна: $S = \int_0^{\pi} sinxdx = -(cos\pi - cos0) = 2$

Задание 83.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Рассмотрев рисунок, вычислите объём V тела, полученного вращением заштрихованной фигуры вокруг оси Ox. В ответ запишите $\frac{10V}{\pi}$



Ответ: 3

Решение: Если криволинейную трапецию (фигура, заключённая между кривой y=f(x), осью O*x* и прямыми *x*=a и *x* =b) вращать вокруг оси O*x*, то объём получаемого при этом тела вращения равен: $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$. Так как в примере заштрихованная фигура получается, если от криволинейной трапеции, образуемой верхней линией вычесть криволинейную трапецию, образуемую нижней линией, то искомый объём будет равен разности двух объёмов: $V = \pi \int_0^1 xdx - \pi \int_0^1 x^4dx = 0{,}5\pi - 0{,}2\pi = 0{,}3\pi$.

Тогда: $\frac{10V}{\pi} = \frac{10 \cdot 0{,}3\pi}{\pi} = 3$

Задание 84.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Объем продукции, произведенной рабочим за третий час рабочего дня, если производительность труда характеризуется функцией f(t) = 3/(3t +1) + 4, равен:

1. ln 7/10 + 4
2. 4- ln 10/7
3. ln 10/7 + 4
4. 4- ln 7/10

Ответ: 3

Обоснование: Если непрерывная функция f(t) характеризует производительность труда рабочего в зависимости от времени t, то объем продукции, произведенной рабочим за промежуток времени от t_1 до t_2 будет выражаться формулой: $V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$. В нашем случае: V= ln 10 + 12 - ln 7 - 8 = ln 10/7 + 4.

Задание 85.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, *обосновывающие выбор ответа.*

Двойной интеграл $\iint_D xe^{x^8+y^8}dxdy$, если область D: $y \geq x^2; y \leq 1$ равен:

1. 1
2. -1
3. 5
4. e
5. 0

Ответ: 5

Обоснование: По правилу вычисления двойного интеграла, заданного в декартовой системе координат.

Задание 86.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

В цилиндрической системе координат объем параболоида, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$ и $z = 4$ равен:

1. $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 \rho d\rho \int_{\rho^2}^4 dz$
2. $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 d\rho \int_{\rho^2}^4 dz$
3. $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 \rho d\rho \int_0^4 dz$
4. $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-2}^2 \rho d\rho \int_0^{\rho^2} dz$

Ответ: 1

Обоснование: По геометрическому смыслу тройного интеграла, заданного в цилиндрической системе координат.

Задание 87.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны задачи на геометрические приложения определенного интеграла. **Соотнесите задачи и ответы.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

	Задача		**Ответ**
А	Вычислить длину дуги $y = -x^2 + 2x$ от вершины до точки с $x = 2$	1	$\frac{4}{9}(13\sqrt{13} - 8)$
Б	Вычислить длину дуги $y^2 = \frac{x^3}{6}$ до точки с абсциссой $x = 6$	2	$(6 + \sqrt{2})/2$
В	Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \sin x,\ y = 2\sin x,\ x = 0,\ x = 7\pi/4$	3	$\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{4}\ln(\sqrt{5} - 2)$
		4	$\sqrt{2} + 13\sqrt{13}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
3	1	2

Задание 88.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, *обосновывающие выбор ответа.*

Объём тела, образованного вращением фигуры вокруг оси Ox, ограниченной линиями $y = x^3,\ x = 0,\ y = 8$, равен:

1. $768\pi/7$
2. $768/7$
3. $\pi/7$
4. $8\pi/7$

Ответ: 1

Обоснование: Использовали формулу объема тела вращения вокруг оси OX: $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$

Задание 89.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны поверхностные интегралы 1 рода. **Соотнесите поверхностные интегралы и ответы.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

	Поверхностный интеграл		Ответ
А	$\iint_\Sigma \left(x + \frac{y}{6} + z\right) d\sigma$, где Σ – часть плоскости $2x + \frac{y}{2} + z = 1$, расположенная в первом октанте	1	$\frac{11\sqrt{31}}{72}$
Б	$\iint_\Sigma (x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2) d\sigma$, где Σ – часть конуса $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, заключенная внутри конуса $x^2 + y^2 = 1$	2	$\frac{11\sqrt{31}\pi}{72}$
В	$\iint_\Sigma (x^2 + y^2) d\sigma$, где Σ – граница тела $\sqrt{x^2 + y^2} \le z \le 1$	3	$\frac{\pi}{2}(1 + \sqrt{2})$
		4	$\frac{9\sqrt{2}\pi}{24}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
1	4	3

Задание 90.

Вычислить массу материальной полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \ge 0$ плотность которой $\rho(M) = \frac{z}{a}$

1. π/a^2
2. πa^2
3. $\pi a^2/z$
4. a^2

Ответ: 2

Обоснование: Использовали формулу массы поверхности: $m = \iint_\Sigma \frac{z}{a} d\sigma = \frac{1}{a}\iint_\Sigma z d\sigma$

5 семестр

Задание 91.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны функции, которые можно охарактеризовать по критерию четности-нечетности. **Соотнесите функции и их характеристиками.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Ряд		Анализ на сходимость	
А	Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1+2^n}$	1	Сходится на основании второго признака сравнения
Б	Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}$	2	Сходится на основании первого признака сравнения
В	Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2-3n+5}$	3	Расходится на основании первого признака сравнения
		4	Расходится на основании второго признака сравнения

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
2	3	4

Задание 92.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Исследовать на сходимость ряд – 1+1/2 –1/3+ …+ $(-1)^n$ / n+ …

Ответ: Ряд условно сходится

Решение: Данный ряд знакочередующийся. Исследуем его на абсолютную и условную сходимости. Составим ряд, взяв члены ряда по абсолютной величине, получим гармонический ряд 1+ 1/2+ 1/3+ …+ 1/ n + …. Он расходится, поэтому абсолютной сходимости нет. Возможна условная сходимость, для этого проверим, выполняются ли условия признака Лейбница. Члены ряда убывают, а предел общего члена стремится к нулю. Поэтому сам знакочередующийся ряд сходятся.

Задание 93.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$

1. (-2; 2)
2. [-2; 2]
3. [-2; 2)
4. (-2; 2]

Ответ: 1

Обоснование: Использовали формулу для радиуса сходимости, найдем R=2. Исследуем затем сходимость на концах интервала. При x=2 и x= –2 полученные ряды расходятся. Поэтому область сходимости (-2; 2)

Задание 94.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Разложить в ряды Фурье 2π -периодические функции. **Соотнесите функции и их разложение в ряд Фурье.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Функция		**Разложение в ряд Фурье**	
А	$y = \sin x$	1	$\frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2} + (-1)^n \frac{\pi \sin nx}{2n}\right]$
Б	$y = x + \pi$	2	$\pi + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{\sin nx}{n}$
В	$f(x) = \begin{cases} 0, & \pi \le x \le 0 \\ \frac{\pi}{4}x, & 0 < x \le \pi \end{cases}$	3	$\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}$
		4	$\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(2n-1)x}{2n-1} + \pi + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{\sin nx}{n}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
3	2	1

Задание 95.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Разложить в ряд Фурье функцию, заданную в промежутке $[-1;1]$ уравнением $f(x) = x^2$.

Ответ: $x^2 = \frac{1}{3} + \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}\cos n\pi x$

Решение: Заданная функция является четной, определенной в интервале $2l = 2$, поэтому коэффициенты ряда Фурье равны a_0=2/3, $a_n = \frac{4}{n^2\pi^2}(-1)^n$, искомый ряд Фурье $x^2 = \frac{1}{3} + \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}\cos n\pi x$.