

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Колин Андрей Эдуардович  
Должность: ректор  
Дата подписания: 26.11.2024 14:38:10  
Уникальный программный идентификатор:  
f6c6d686f0c899fdf76a1ed8b448452ab8ca6fb1af6547b6d40cdf1bdc60ae2

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Приморский государственный агротехнологический университет  
Инженерно-технологический институт

Теория вероятностей и математическая статистика  
Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе  
для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое  
образование (с двумя профилями подготовки)

*Электронное издание*

Уссурийск 2023

Составитель: Савельева Е.В., к.тех.н.

Теория вероятностей и математическая статистика. Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе для обучающихся по специальности 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль Математика и физика / сост. Е.В. Савельева; ФГБОУ ВО Приморский ГАТУ. – Электрон.текст. дан. – Уссурийск, 2023. – 24 с. – Режим доступа: <http://de.primacad.ru>

Методические указания составлены в соответствии с учебным планом и рабочей программой дисциплины (модуля). Включают общие методические указания по освоению дисциплины (модуля), материалы для практических занятий и организации самостоятельной работы, вопросы к промежуточной аттестации, список литературы.

Электронное издание

Издается по решению методического совета ФГБОУ ВО Приморский государственный агротехнологический университет.

## Введение

Методические указания разработаны в рамках реализации Федерального Государственного образовательного стандарта III поколения и предназначены для практических занятия и самостоятельной работе по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика» (объем 3 зачетные единицы) с обучающимися по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Они адресованы обучающимся очной и заочной форм обучения и рассчитаны на оказание методической помощи при выполнении самостоятельной работы и подготовке к практическим занятиям.

В указаниях рассматриваются виды самостоятельной работы и методические рекомендации по их выполнению. По данной дисциплине предусмотрены следующие виды самостоятельной работы: подготовка к практическим занятиям, изучение материалов курса; подготовка доклада со слайд-презентацией; подготовка реферата; выполнение практических индивидуальных задания; собеседование; прохождение теста; выполнение контрольной работы.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию. Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия. Индивидуальные практические задания выполняются по вариантам самостоятельно, после выполнения необходимо составить отчет и защитить работу в форме собеседования или тестирования.

Методические указания содержат материалы к практическим занятиям: теоретические вопросы по разделам дисциплины; примерные варианты заданий для рубежного контроля изученного раздела.

## **1 Общие методические указания по освоению дисциплины (модуля)**

### **1.1. Цели и задачи дисциплины (модуля)**

**Целью** изучения дисциплины является знакомство обучающихся с основными понятиями, методами и результатами теории вероятностей и математической статистики. В частности, изучаются различные свойства распределений случайных величин, предельные теоремы, элементы теории случайных процессов. Формирование представлений о математических методах сбора, систематизации, обработки и интерпретации результатов наблюдений для выявления статистических закономерностей.

#### **Задачи:**

- получить представление о роли теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности;
- изучить необходимый понятийный аппарат дисциплины;
- сформировать умения решать типовые задачи основных разделов теории вероятностей и математической статистики;
- изучение методы количественной оценки случайных событий;
- освоить методы обработки статистической информации.

### **1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

Компетенции, формируемые в процессе освоения дисциплины (модуля):

Компетенции, формируемые в процессе освоения дисциплины (модуля):

Код компетенции	Наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>			
ОПК-5	Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	ОПК 5.2	Осуществляет контроль и оценку образовательных результатов на основе принципов объективности и достоверности

Код компетенции	Наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК 8.1	Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в том числе в предметной области

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

**знать:**

– методы и способы контроля и оценки образовательных результатов по дисциплине «теория вероятностей и математическая статистика» на основе принципов объективности и достоверности (ОПК 5.2);

– основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для осуществления профессиональной педагогической деятельности при преподавании математических дисциплин; методологию и инструментарий комбинаторики, алгебры события, законов распределения случайных величин, выборочного метода и оценки статистических показателей (ОПК 8.1);

**уметь:**

– использовать различные средства определения образовательных результатов обучающихся по дисциплине «теория вероятностей и математическая статистика», выбирая для этого формы, наиболее целесообразные с точки зрения их эффективности; оперировать специальными научными знаниями теории вероятностей и математической статистики в профессиональном общении и предметной области (ОПК 5.2);

– применять стандартные методы и статистические модели для решения задач, возникающих в процессе осуществления профессиональной педагогической деятельности; применять инструментарий дисциплины для осуществления профессиональной педагогической деятельности; решать задачи на комбинаторику, алгебру события; строить законы распределения случайных величин и находить их характеристики, проводить статистические исследования на основе выборочного метода, составлять регрессионные модели и выполнять их корреляционный анализ (ОПК 8.1).

### 1.3. Содержание тем дисциплины (модуля)

Темы дисциплины (модуля) и их краткое содержание представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Содержание разделов дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание раздела
1.		Относительная частота появления события. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики.

	Случайные события	<p>Формула полной вероятности. Формула Байеса. Алгебра событий. Совместные и несовместные события. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Формула полной вероятности. Формула гипотез.</p> <p>1.4. Повторные независимые испытания. Схема Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Наивероятнейшее число наступления события.</p>
2.	Случайные величины	<p>2.1 Дискретная случайная величина, ее числовые характеристики. Случайные величины, закон распределения их вероятностей. Дискретные случайные величины. Функция распределения, ее свойства. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины. Законы распределения. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.</p> <p>2.2. Непрерывная случайная величина. Интегральная и дифференциальная функции распределения. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины.</p> <p>2.3. Законы распределения непрерывной случайной величины: равномерный, показательный. Нормальное распределение. Основные свойства нормального распределения. Основные типы задач. Правило «трех сигм».</p> <p>2.4. Понятие о различных формах закона больших чисел. Неравенство Чебышева. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема.</p>
3.	Основы математической статистика	<p>3.1 Выборка и ее представление. Генеральная совокупность. Выборочный метод. Построение вариационного ряда. Графическое представление выборочных данных. Генеральная совокупность и выборка. Гистограмма и полигон частот. Эмпирическое распределение и его свойства. Интервальные оценки. Доверительные интервалы и области.</p> <p>3.2. Статистические гипотезы. Простые и сложные гипотезы. Критерий и критическая область. Ошибки первого и второго рода. Мощность статистического критерия. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона. Проверка гипотезы существенности разностей между средними. Оценка различия между дисперсиями по критерию Фишера.</p> <p>3.3. Понятие о статистической зависимости. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Корреляция и регрессия. Коэффициент корреляции. Линейная модель парной регрессии.</p>

## **2. Виды самостоятельной и методические рекомендации к ее выполнению.**

### **2.1. Подготовка к практическим занятиям.**

Практические занятия являются одним из видов занятий при изучении данного курса и включают самостоятельную подготовку студентов по заранее предложенному плану темы.

В процессе подготовки к практическим занятиям студент учится:

1. самостоятельно работать с научной, учебной литературой, научными изданиями, справочниками;
2. находить, отбирать и обобщать, анализировать информацию;
3. выступать перед аудиторией;
4. рационально усваивать категориальный аппарат;
5. уметь применять теоретические знания для решения практических задач прикладного содержания

Самоподготовка к практическим занятиям включает такие виды деятельности как:

1. самостоятельная проработка конспекта лекции, учебников, учебных пособий, учебно- методической литературы;
2. конспектирование обязательной литературы; работа с первоисточниками (является основой для обмена мнениями, выявления непонятого);
3. выступления с докладами (работа над домашними заданиями и их защита);
4. выполнение практических заданий;
4. подготовка к собеседованию;
5. подготовка к тестированию;
6. подготовка к коллоквиуму.

### **2.2. Собеседование.**

*Собеседование* – средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.

*Методические рекомендации по подготовке к собеседованию.*

Собеседование представляет собой индивидуальную беседу с каждым студентом по предложенным вопросам с последующей оценкой их подготовки. Целью данной формы занятия является осуществление текущего контроля знаний по теме. В задачи собеседования входит приобретение навыка работы с источниками и литературой; умения грамотно составлять конспекты и пользоваться ими; выявлять различные точки зрения на проблему и степень ее разработанности в литературе.

Собеседование предполагает обязательное конспектирование текста или грамматического материала, а также проработку всей предложенной литературы по теме. Вопросы для собеседования приведены в разделе - 4. Методические рекомендации к практическим занятиям.

### *Критерий оценки собеседования.*

- Умение делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры;
- Умение объяснять сущность явлений, процессов, делать выводы и обобщения;
- Соответствие требованиям настоящих методических рекомендаций;
- Полнота раскрытия выбранной темы;
- Владение математическим аппаратом;
- Знание основных процессов изучаемой предметной области.

### **2.3. Доклад со слайд-презентацией**

*Доклад* — публичное, развернутое выступление по заранее выбранной и подготовленной теме, основанное на привлечении документальных данных, подтверждающих теоретические выкладки докладчика. Оптимальное время доклада — 5-10 минут. Во вступлении докладчик не только сообщает тему, но и указывает ее актуальность и значение. Доклад обычно сопровождается *презентацией*— это визуальной информацией, подкрепляющей или резюмирующей слова докладчика. Они не дублируют, а дополняют друг друга.

*Методические рекомендации по подготовке докладов (презентации).*

Работа студента над сообщением-презентацией включает отработку умения самостоятельно обобщать материал и делать выводы в заключении, умения ориентироваться в материале и отвечать на дополнительные вопросы слушателей, отработку навыков ораторства. Докладчики должны знать и уметь: сообщать новую информацию; использовать технические средства; хорошо ориентироваться в теме всего семинарского занятия; дискутировать и быстро отвечать на заданные вопросы; четко выполнять установленный регламент (не более 5-6 минут); иметь представление о композиционной структуре доклада.

Структура выступления. Вступление помогает обеспечить успех выступления по любой тематике. Вступление должно содержать: название, сообщение основной идеи, современную оценку предмета изложения, краткое перечисление рассматриваемых вопросов, живую интересную форму изложения, акцентирование внимания на важных моментах, оригинальность подхода. Основная часть, в которой выступающий должен глубоко раскрыть суть затронутой темы, обычно строится по принципу отчета. Задача основной части — представить достаточно данных для того, чтобы слушатели заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов. Заключение — ясное, четкое обобщение и краткие выводы, которых всегда ждут слушатели.

Общие требования к презентации:

- презентация не должна быть меньше 10 слайдов;
- презентация должна визуализировать текст доклада, т.е. в визуальной форме последовательно раскрывать его содержание. Каждым 1-2 абзацам текста должен соответствовать определенный слайд.



Вопросы для подготовки докладов приведены в разделе - 4. Методические рекомендации к практическим занятиям.

*Критерии оценки сообщения со слайд-презентацией:*

- Навыки работы с визуальными источниками.
- Умение составлять алгоритм анализа источника и следование ему.
- Научность.
- Соответствие требованиям настоящих методических рекомендаций.
- Полнота раскрытия выбранной темы.
- Умение представить полученные результаты публично.
- Соответствие презентации тексту доклада.

## **2.4. Подготовка рефератов.**

**Реферат** - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения

*Методические рекомендации по составлению реферата.*

Реферат должен иметь определенную композицию:

- титульный лист с указанием на:
  - название образовательного учреждения, где выполняется работа, кафедры и дисциплины;
  - название темы работы; Ф.И.О. студента и группа;
  - Ф.И.О. научного руководителя с указанием на его должность и звание;
  - место (город) и год написания работы.
- план работы, который именуется оглавлением или содержанием;
- введение должно составлять одну страницу. В нем должна быть обоснована актуальность темы, определены цель и задачи работы. Актуальность (от латинского слова *actualis* - фактически существующий, настоящий, современный) – это важность, значительность данной исследовательской работы для настоящего момента, ее современность и злободневность.
  - в основной части в соответствии с планом должны быть изложены поставленные вопросы.
  - в заключении, которое, как правило, составляет 1 – 2 страницы, должны быть сформулированы основные выводы по сделанной работе.
  - в список литературы должны включаться только те источники (книги и статьи), которые непосредственно использовались в работе над текстом реферата. Названия книг в списке располагают по алфавиту с указанием выходных данных использованных книг. Для реферата в списке литературы указывается не менее 8 – 10 разных источников информации.

Вопросы для подготовки докладов приведены в разделе - 4. Методические рекомендации к практическим занятиям.

*Критерии оценки реферата:*

- логическая последовательность изложения;

- аргументированность оценок и выводов, доказанность тезиса;
- ясность и простота изложения мыслей (отсутствие излишнего наукообразия);
- самостоятельность изложения материала источников (нет компиляции);
- указание в тексте на источник информации, автора излагаемой точки зрения;
- стилистическая правильность и выразительность (научный стиль речи);
- правильность оформления текстового материала, цитат, сносок, списка литературы.

## **2.5. Индивидуальное практическое задание.**

*Индивидуальное практическое задание* –это задание, которое выполняется по индивидуальным вариантам в течение обучения одного раздела, в конце выполнения проводится защита в форме собеседования или тестирования.

*Методические рекомендации по выполнению практических заданий.*

Содержание индивидуального задания представляет в определенном порядке развернутый перечень вопросов, которые должны быть освещены в каждом задании. Правильно построенное содержание служит организующим началом работе обучающихся, помогает систематизировать последовательность его изложения.

Самостоятельное выполнение индивидуальных заданий по заданной тематике направлено на расширение и углубление компонентов «уметь» заданных компетенций, как правило, до уровня – «средний» и «высокий».

Содержание работы составляет, как правило, исследование вопросов по тематике, требующих освоения компонентов компетенции с целью достижения таких целевых индикаторов как: умеет применять на практике; умеет анализировать; умеет оценивать. Это достигается, например, выполнением ситуационной задачи использованием практической терминологии. Рубежный контроль уровня освоения компетенций включает защиту индивидуального задания в форме собеседования, доклада –презентации, в интерактивной форме (работа в малых группах).

*Требования к оформлению индивидуального задания.*

1. Индивидуальное задание выполняется в отдельной тетради.
2. Выполнение индивидуального задания заключается в письменном освещении темы, указанной в варианте-задании.
3. Новое задание оформляется с нового листа с указанием рассматриваемого вопроса.
4. На оценку индивидуального задания влияет разнообразие используемой литературы, индивидуальность выполненной работы и способность творческого мышления при ответе на поставленную тему задания. Возможно обращение за консультацией к преподавателю в удобное время.

## **2.6. Тестирование.**

**Тест** – это система заданий специфической формы, определенного содержания, упорядоченных в рамках определенной стратегии предъявления, позволяющая качественно оценить структуру и эффективно измерить уровень знаний, умений и навыков по учебной дисциплине (модулю). Тестирование используется для оценки качества освоения обучающимся основной профессиональной образовательной программы по отдельным темам или разделам дисциплины.

Тест представляет собой комплекс стандартизированных заданий, позволяющий упростить процедуру измерения знаний и умений обучающихся. Обучающимся выдаются тестовые задания с формулировкой вопросов и предложением выбрать один правильный ответ из нескольких вариантов ответов.

*Методические рекомендации по подготовке к тестированию.*

1. Прежде всего, следует внимательно изучить структуру теста, оценить объем времени, выделяемого на данный тест, увидеть, какого типа задания в нем содержатся. Это поможет настроиться на работу.
2. Лучше начинать отвечать на те вопросы, в правильности решения которых нет сомнений, пока не останавливаясь на тех, которые могут вызвать долгие раздумья. Это позволит успокоиться и сосредоточиться на выполнении более трудных вопросов.
3. Если Вы не знаете ответа на вопрос или не уверены в правильности, следует пропустить его и отметить, чтобы потом к нему вернуться.
4. Многие задания можно быстрее решить, если не искать сразу правильный вариант ответа, а последовательно исключать те, которые явно не подходят. Метод исключения позволяет в итоге сконцентрировать внимание на одном-двух вероятных вариантах.
5. Процесс угадывания правильных ответов желательно свести к минимуму, так как это чревато тем, что студент забудет о главном: умении использовать имеющиеся накопленные в учебном процессе знания, и будет надеяться на удачу. Если уверенности в правильности ответа нет, но интуитивно появляется предпочтение, то психологи рекомендуют доверять интуиции, которая считается проявлением глубинных знаний и опыта, находящихся на уровне подсознания.
6. При подготовке к тесту не следует просто заучивать, необходимо понять логику изложенного материала.

*Критерии и шкала оценки теста*

Предел длительности контроля	От 45 мин
Предлагаемое количество заданий из одного контролируемого под элемента	От 10 до 30
Последовательность выборки вопросов из каждого раздела	Определенная по разделам, случайная внутри раздела
Критерии оценки:	Выполнено верно заданий
«5», если	(90 - 100) % правильных ответов
«4», если	(70 - 89) % правильных ответов
«3», если	(50 - 69) % правильных ответов

## **2.7. Контрольная работа.**

**Контрольная работа** – средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу. Контрольная работа - письменное задание, выполняемое в течение заданного времени (в условиях аудиторной работы - от 30 минут до 2 часов, от одного дня до нескольких недель в случае внеаудиторного задания). Как правило, контрольная работа предполагает наличие определенных ответов.

*Методические рекомендации по выполнению контрольной работы.*

Выполнение контрольных работ является основной частью самостоятельной работы студентов и предусматривает индивидуальную работу студентов с учебной литературой и первоисточниками по соответствующим курсам.

Целью контрольной работы является решение конкретной теоретической или практической задачи для выяснения степени усвоения изучаемого материала.

К выполнению контрольной работы предъявляются следующие требования:

- работе должны быть присущи краткость, информативность, определенная структура;
- должны быть обозначены номер и содержание вопроса, на который дается ответ.

*Критерии оценки контрольной работы.*

- полное раскрытие темы;
- указание точных названий и определений;
- правильная формулировка понятий и категорий;
- приведение формул и соответствующей статистики и др.

## **3 Методические рекомендации к практическим занятиям.**

### **3.1. Тематический план практических занятий.**

Задания для практических занятий составлены в соответствии с тематическим планом программы курса «Практикум по решению математических задач» (табл.2).

В таблице 2 представлен тематический план семинарских (практических) занятий.

Цель проведения практических занятий – закрепление полученных в ходе лекций теоретических знаний, их применение при решении практических заданий и выполнению самостоятельной работы.

Таблица 2 – Тематический план практических занятий

№ раздела	№	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоёмкость (час.)
-----------	---	---	---------------------

1	1	Практическое занятие № 1-2. Классическое определение вероятности. Относительная частота. Вероятность. Элементы комбинаторики.	4
2		Практическое занятие № 3-4. Действия над событиями: сложение и умножение событий. Формулы полной вероятности и Байеса. Формулы полной вероятности и Байеса	4
3		Практическое занятие № 5-6. Повторные независимые испытания. Схема Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра- Лапласа. Наивероятнейшее число наступления события	4
4	2	Практическое занятие № 7-8. Дискретная случайная величина, ее числовые характеристики. Функция распределения, ее свойства. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины. Законы распределения. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.	4
5		Практическое занятие № 9. Непрерывная случайная величина. Интегральная и дифференциальная функции распределения. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины.	2
6		Практическое занятие № 10. Законы распределения непрерывной случайной величины: равномерный, показательный. Нормальное распределение. Основные свойства нормального распределения. Основные типы задач. Правило «трех сигм».	2
7		Практическое занятие № 11. Понятие о различных формах закона больших чисел. Неравенство Чебышева. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема.	2
8	3	Практическое занятие № 12-13. Выборка и ее представление. Числовые характеристики вариационного ряда. Интервальные оценки числовых характеристик генеральной совокупности.	4
9		Практическое занятие № 14-15. Статистические гипотезы. Критерий и критическая область. Ошибки первого и второго рода. Мощность статистического критерия. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона. Проверка гипотезы существенности разностей между средними. Оценка различия между дисперсиями по критерию Фишера.	4
10		Практическое занятие № 16-17. Понятие о статистической зависимости. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Корреляция и регрессия. Коэффициент корреляции. Линейная модель парной регрессии.	4
		<b>Итого</b>	<b>34</b>

## 3.2. Материалы для практических занятий.

### Раздел 1. События

#### 1. Теоретические вопросы к практическим занятиям

1. Что такое элементарные события? Что называется пространством элементарных событий. Приведите пример пространства элементарных событий.
2. Что называется опытом?
3. Дать определение и привести примеры достоверного, невозможного и случайного события. Какие события называются совместными, несовместными? Приведите примеры.
5. Дайте понятие полной группы событий, противоположного события. Приведите примеры.
3. Что такое относительная частота?
4. Дайте определение статистическое определение вероятности. Приведите пример.
5. Дайте классическое определение вероятности, сформулируйте её свойства.
6. Что такое геометрическая вероятность? Приведите пример задачи.
9. Что изучает комбинаторика?
10. Сформулируйте правила сложения и умножения в комбинаторных задачах.
11. Что называется размещением из  $n$  элементов по  $m$  элементам? Формула для вычисления числа размещений из  $n$  по  $m$ .
12. Что называется сочетанием из  $n$  элементов по  $m$  элементам? Формула для вычисления числа сочетаний из  $n$  по  $m$ .
13. Что называется перестановкой  $n$ -элементного множества?
14. Что такое сумма двух совместных и несовместных событий, нескольких событий? Приведите примеры.
18. Дайте определение произведения двух событий. Приведите пример. Сформулируйте теорему сложения вероятностей несовместных событий и её следствия.
20. Чему равна сумма вероятностей события, образующих полную группу?
21. Какие геометрические интерпретации имеют соответствующие операции над событиями.
22. Какие события называются зависимыми, независимыми? Приведите примеры.
23. Что называется условной вероятностью события?
24. Как вычисляется вероятность произведения двух событий, если они независимы, зависимы?
26. Сформулируйте теоремы умножения вероятностей зависимых и независимых событий. Сформулируйте их следствия.
27. Как найти вероятность появления хотя бы одного из  $n$  событий.
29. Запишите формулу полной вероятности. При каких условиях она справедлива?

30. Запишите формулу Байеса. При каких условиях она справедлива?
31. Независимые испытания. Формула Бернулли. Локальные приближения формулы Бернулли. Интегральная теорема Лапласа.
32. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Непрерывность вероятности. Геометрическое определение вероятности.

## **2. Контрольное задание для выполнения самостоятельной работы и оценки освоения раздела.**

### *Примерный вариант контрольной работы.*

1. В ящике содержится 10 деталей, из которых 4 окрашены. Сборщик наудачу взял 3 детали. Найдите вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.
2. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность безотказной работы в течение часа первого элемента равна 0,95, второго – 0,98, третьего – 0,9. Найдите вероятность того, что в течение часа будет работать хотя бы один элемент.
3. В первой урне 5 белых и 10 черных шаров, во второй – 3 белых и 7 черных шаров. Из второй урны в первую переложили один шар, а затем из первой урны вынули наугад один шар. Определите вероятность того, что вынутый шар – белый.
4. Для данного участника игры вероятность набросить кольцо на колышек равна 0,3. Какова вероятность того, что при шести бросках 3 кольца окажутся на колышке, если броски считать независимыми? Каково наиболее вероятное число попаданий кольца на колышек при восьми бросаниях?
5. Всхожесть семян данного растения равна 0,9. Найдите вероятность того, что из 900 посаженных семян число проросших будет заключено между 790 и 830.
6. См. задачу 5. Какова вероятность того, что частота проросших семян отклонится по абсолютной величине от вероятности прорастания не больше, чем на 0,01?
7. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах. (*задача из открытого банка заданий ЕГЭ*)

## **Раздел 2. Случайная величина.**

### **1. Теоретические вопросы к практическим занятиям**

1. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение случайной величины.
2. Функция распределения случайной величины, ее свойства.

3. Дискретные случайные величины, их законы распределения. Геометрическое и гипергеометрическое распределения. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.
4. Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности, ее свойства. Примеры непрерывных случайных величин: равномерное и показательное распределения.
5. Нормальное распределение: плотность распределения, его числовые характеристики. Применение нормального распределения. Правило трех сигм. Центральная предельная теорема.
6. Понятие о законе больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и ее применение. Теорема Бернулли.

## 2. Контрольное задание для выполнения самостоятельной работы и оценки освоения раздела.

### *Примерный вариант индивидуального задания.*

1. По одному и тому же маршруту совершают полет три самолета. Для каждого самолета вероятность прибыть в аэропорт по расписанию равна 0,8. Составьте ряд распределения числа самолетов, прибывших в аэропорт по расписанию. Найдите  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma$ . Постройте многоугольник распределения.
2. Бросается игральная кость до первого выпадения пяти очков. Составить ряд распределения числа бросков. Сколько раз в среднем придется бросать игральную кость?
3. Задана интегральная функция распределения  $F(x)$  случайной величины  $X$ . Требуется: 1) найти дифференциальную функцию  $f(x)$ , 2) найти математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma(X)$ , 3) построить графики интегральной и дифференциальной функций:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ x/2 & \text{при } 0 < x \leq 2. \\ 1 & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

4. Дана дифференциальная функция  $f(x)$  случайной величины  $X$ . Требуется: 1) найти  $M(X)$ ,  $D(X)$  и  $\sigma(X)$ , 2) найти интегральную функцию  $F(x)$ , 3) построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \notin (0; \pi] \\ \frac{1}{2} \sin x & \text{при } x \in (0; \pi] \end{cases}$$

5. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения 5 минут. Найдите вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать автобус менее 2 минут.



6. Измерение дальности до объекта сопровождается систематическими и случайными ошибками. Систематическая ошибка равна 50 м в сторону занижения дальности. Случайные ошибки подчиняются нормальному закону со средним квадратическим отклонением 100 м. Найти: 1) вероятность измерения дальности с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 150 м; 2) вероятность того, что измеренная дальность не превзойдет истинной.

7. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения:

$X$	0,1	0,4	0,6
$p$	0,2	0,3	0,5

Пользуясь неравенством Чебышева, оцените вероятность неравенства  $|X - M(X)| < \sqrt{0,4}$ .

8. На поле площадью в 1000 га берется на выборку по 1 м<sup>2</sup> с каждого га и подсчитывается урожайность. Оцените вероятность того, что средняя выборочная урожайность будет отличаться от средней урожайности по всей площади не более чем на 0,2 ц, если дисперсия на каждый га не превышает 2.

9. Вероятность наличия зазубрин на металлических брусках, заготовленных для обтачки, равна 0,2. Оцените вероятность того, что в партии из 1000 брусков отклонение числа пригодных брусков от 800 не превышает 5%.

### ***Раздел 3. Математическая статистика***

#### **1. Теоретические вопросы к практическим занятиям**

1. Что такое выборка? Какая выборка является репрезентативной?
2. Дайте определение понятия статистического ряда распределения? Как строится сгруппированный статистический ряд?
3. Что такое полигон и гистограмма?
4. Что такое мода и медиана? Как графически их можно найти?
5. Запишите формулы для вычисления выборочной средней и выборочной дисперсии: а) если имеется дискретный статистический ряд, б) если имеется сгруппированный статистический ряд.
7. Дайте определение понятия оценки параметра. Какие требования предъявляются к оценкам? Какие оценки называются точечными?
8. Запишите формулы для нахождения точечных оценок. Приведите примеры несмещенной и смещенной оценок.
9. Для чего вводят интервальные оценки? Дайте определение доверительного интервала, надежности, точности оценки.
10. Какое распределение называется нормальным? Запишите формулы для нахождения доверительного интервала для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном  $\sigma$ .

11. Каков алгоритм нахождения доверительного интервала для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном  $\sigma$ ? 1. Что такое статистическая гипотеза?
12. Какая гипотеза называется нулевой, какая – конкурирующей? Какие виды ошибок могут возникнуть при проверке нулевой гипотезы? Что означает уровень значимости ?
13. Что такое статистический критерий?
14. Что такое критическая область? Каковы виды критических областей?
15. Что такое критерий согласия?
16. В чем заключается критерий согласия Пирсона?
17. Сформулируйте правило проверки нулевой гипотезы.
18. Каков алгоритм отыскания теоретических частот в предположении нормального распределения генеральной совокупности в зависимости от различных исходных данных (вариационный ряд, интервальный ряд)?
26. Дайте определение понятия статистической и корреляционной зависимости.
27. Что понимают под условной средней?
28. Сформулируйте задачи корреляционного анализа.
29. В чем состоит суть метода наименьших квадратов?
30. Что характеризует коэффициент корреляции? Каковы его свойства? Что можно сказать о связи между двумя случайными величинами, если коэффициент корреляции равен нулю?
31. Запишите уравнение прямой регрессии.
32. Запишите формулу выборочного коэффициента корреляции. Как проверяется значимость выборочного коэффициента корреляции?

## **2. Контрольное задание для выполнения самостоятельной работы и оценки освоения раздела.**

### *Индивидуальное домашнее задание (выполняется программе Excel)*

#### *Примерный вариант*

#### **Задание 1**

В таблице приведены размеры одежды 50 учащихся 9 класса:

50	40	44	44	46	46	44	48	46	44
38	44	48	50	40	42	50	46	54	44
42	42	52	44	46	48	38	46	42	44
46	48	44	40	52	44	48	50	46	46
48	40	46	42	44	50	46	44	46	48

На основании этих данных составить таблицу распределения по частотам значений случайной величины  $X$  - размеров одежды учащихся 9 класса.

- 1) Построить полигон частот.

- 2) Найти среднее значение величины  $X$ , медиану, моду, выборочную дисперсию и среднеквадратическое отклонение.

### Задание 2

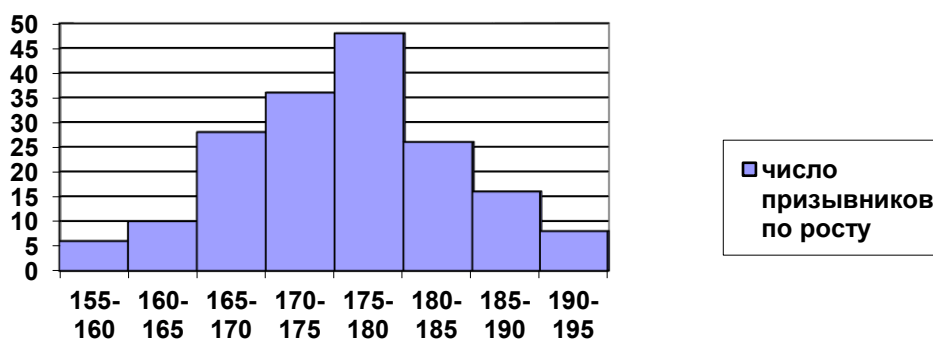
При изучении учебной нагрузки учащихся попросили 32 восьмиклассников отметить время (с точностью до 0,1 ч), которое они затратили в определенный день на выполнение домашних заданий. Получили следующие данные:

2,7	2,5	3,1	3,2	3,4	1,6	1,8	4,2
2,6	3,4	3,2	2,9	1,9	1,5	3,7	3,6
3,1	2,9	2,8	1,5	3,1	3,4	2,2	2,8
4,1	2,4	4,3	1,9	3,6	1,8	2,8	3,9

Представьте полученные данные в виде интервального ряда с интервалами длиной 0.5 ч. Найдите среднее время, потраченное на выполнение домашних заданий. Постройте полигон частот.

### Задание 3

Гистограмма характеризует распределение призывников по росту:



Пользуясь гистограммой, найдите:

- число призывников ростом от 180 до 185 см;
- группу роста, к которой относится наибольшее число призывников;
- общее число призывников;

Для случайной величины  $X$ , означающей рост призывника, найдите: среднее значение, и медиану. Найдите приближенное значение моды.

### Задание 5

Даны наблюдавшиеся значения некоторой случайной величины. Требуется:

- Построить сгруппированный статистический ряд.
- Построить кумуляту.
- Построить гистограмму и полигон относительных частот.
- Найти выборочные точечные характеристики: среднюю, дисперсию, моду, медиану.

185	151	187	211	155	208	178	193	149	175
193	163	166	131	200	173	145	166	216	216
156	174	174	161	225	178	188	157	177	183
206	187	209	157	180	163	189	196	204	199
242	192	160	123	181	172	183	120	164	197
134	204	148	157	133	151	169	219	189	134

### Задание 6

Приводятся результаты измерения некоторой величины, которые будем рассматривать как  $n$  реализаций случайной величины  $X$ :

31,85    31,36    30,32    30,90    31,70    32,40  
 31,60    31,12    30,98    31,02    31,05    31,00

В предположении, что  $X$  имеет нормальное распределение:

1. Найти точечные несмещенные оценки математического ожидания  $a$  и среднего квадратического отклонения  $\sigma$ .
2. Найти доверительный интервал, покрывающий математическое ожидание с заданной доверительной вероятностью:  $\gamma = 0,95$ ;  $\gamma = 0,99$ ;  $\gamma = 0,999$ .
3. Найти погрешность, с которой среднее арифметическое оценивает математическое ожидание  $a$  случайной величины  $X$ , если доверительная вероятность  $\gamma = 0,99$ ;  $\gamma = 0,999$ .
4. Найти минимальный объем выборки, чтобы с доверительной вероятностью  $\gamma = 0,95$  можно было утверждать, что, принимая среднее арифметическое за математическое ожидание случайной величины  $X$ , допускаем погрешность  $\varepsilon = \frac{1}{3}\sigma$ .

**Задание 7**

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением выборки.

Границы интервалов	-10;-6	-6;-2	-2;-2	2;6	6;10	10;14
частота	6	13	19	12	6	4

**Задание 2**

В двух группах учащихся — экспериментальной и контрольной — получены следующие результаты по учебному предмету (тестовые баллы; см. таб.).

*Результаты эксперимента*

Первая группа (экспериментальная) N=11 человек										Вторая группа (контрольная) M=9 человек									
12	14	13	16	11	9	13	15	15	18	14	13	9	11	10	7	6	8	10	11

Выдвинем гипотезы:

$H_0$ : средние тестовые баллы по учебному предмету в экспериментальной и контрольной группах совпадают.

$H_1$ : средние тестовые баллы по учебному предмету в экспериментальной и контрольной группах не совпадают.

Проверьте нулевую гипотезу с помощью критерия Крамера-Уэлча, подсчитав следующие характеристики:

$$T_{эмн} = \frac{\sqrt{M \cdot N} \cdot |\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{N \cdot D_x + M \cdot D_y}}, \quad \text{где} \quad \bar{x} = \frac{1}{N} \sum x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{M} \sum y_i, \quad D_x = \frac{1}{N-1} \sum (x_i - \bar{x})^2,$$

$$D_y = \frac{1}{M-1} \sum (y_i - \bar{y})^2.$$

(Если  $T_{эмн} > 1,96$ , то нулевая гипотеза отвергается).

### **Задание №8.**

По заданной выборке:

- 1) найти уравнение прямой линии регрессии  $Y$  на  $X$ ,
- 2) оценить тесноту линейной связи, вычислив выборочный коэффициент корреляции;
- 3) проверить гипотезу о значимости коэффициента корреляции при уровне значимости 0,1.

$X$	9,7	10,4	10,3	9,8	10,1	10,2	10,0	9,9	9,6	9,8
$Y$	3,5	3,1	3,2	3,4	3,0	3,3	3,1	3,4	3,5	3,2

### ***Подготовка рефератов для доклада***

#### ***Примерные темы рефератов.***

1. Неизбежность погрешностей моделирования
2. Симулятор AnyLogic
3. Независимые и зависимые события, условная вероятность
4. Многократные испытания
5. Распределение вероятностей при многократных испытаниях, биномиальное распределение
6. Вероятнейшее число появлений события при многократных испытаниях
7. Двумерное нормальное распределение
8. Моделирование распределений при помощи симулятора GPSS
9. Непараметрические методы математической статистики
10. Понятие дисперсионного анализа.
11. Многофакторная линейная регрессия
12. Нелинейные регрессионные анализы.
13. Обработка статистических данных в деятельности педагога, привести примеры

## Список литературы

### *Основная литература:*

1. Берков, Н. А. Теория вероятностей и математическая статистика / Н. А. Берков, Т. А. Горшунова. — Москва: РТУ МИРЭА, 2022. — 182 с. — URL: <https://e.lanbook.com/book/265778>. — Режим доступа: по подписке ПримГАТУ. — Текст: электронный.
2. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва: Юрайт, 2024. — 479 с. — ISBN 978-5-534-00211-9. — URL: <https://urait.ru/bcode/535417>. — Режим доступа: по подписке ПримГАТУ. — Текст: электронный.
3. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Юрайт, 2024. — 538 с. — ISBN 978-5-534-10004-4. — URL: <https://urait.ru/bcode/541918>. — Режим доступа: по подписке ПримГАТУ. — Текст: электронный.

### *Дополнительная литература:*

1. Калинина, В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Н. Калинина. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Юрайт, 2023. — 472 с. — ISBN 978-5-534-02471-5. — URL: <https://urait.ru/bcode/510903>. — Режим доступа: по подписке ПримГАТУ. — Текст: электронный.
2. Кацман, Ю. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями: учебник для вузов / Ю. Я. Кацман. — Москва: Юрайт, 2022. — 130 с. — ISBN 978-5-534-10082-2. — URL: <https://urait.ru/bcode/490304>. — Режим доступа: по подписке ПримГАТУ. — Текст: электронный.
3. Сидняев, Н. И. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / Н. И. Сидняев. — Москва: Юрайт, 2024. — 219 с. — ISBN 978-5-534-03544-5. — URL: <https://urait.ru/bcode/535481>. — Режим доступа: по подписке ПримГАТУ. — Текст: электронный

Содержание	
Введение	3
1. Общие методические указания по освоению дисциплины (модуля).....	3
1.1.Цели и задачи дисциплины (модуля).....	4
1.2.Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю).....	4
1.3.Содержание разделов (модулей) дисциплины.....	5
2.Виды самостоятельной работы и методические рекомендации к ее выполнению.....	6
3.Методические указания для практических занятий .....	12
3.1.Тематический план практических занятий.....	12
3.2.Материалы к практическим занятиям.....	14
Раздел 1. Случайные события.....	14
Раздел 2.Случайная величина.....	16
Раздел 3. Математическая статистика.....	19
Список литературы .....	22

Савельева Екатерина Владимировна

Теория вероятностей и математическая статистика. Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе для обучающихся по специальности 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль Математика и физика

*ЭЛЕКТРОННОЕ ИЗДАНИЕ*

ФГБОУ ВО Приморская ГАТУ  
Адрес: 692510, г. Уссурийск, пр-т Блюхера, 44



